



Συμμετρία στις εξισώσεις; Ναι, σωστά!

Εισαγωγή

Στάδιο 1 - Αφόρμηση

Στάδιο 2 - Διερεύνηση

Στάδιο 3 - Αξιολόγηση/ Εμπέδωση

Εισαγωγή



#Δραστηριότητα μέσα στην τάξη #Διερευνητική μάθηση
#Πειραματική μάθηση #Μάθηση με παιχνίδια #Προσομοίωση
#Ομαδική εργασία

Οι μαθητές θα επιλύουν γραμμικές εξισώσεις με τη βοήθεια διδακτικού υλικού και διαφόρων εικόνων.

Μαθησιακοί στόχοι

☐

Να χρησιμοποιούν τους νόμους διατήρησης της σχέσης = κατά την επίλυση γραμμικών εξισώσεων.

☐

Να βρίσκουν το άγνωστο από τον τύπο

☐

Να χρησιμοποιούν μια γραμμική εξίσωση για την επίλυση καθημερινών προβλημάτων

ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

Σύνδεση με τέχνη —

Ο άνθρωπος επιδιώκει πάντα τη συμμετρία, είτε πρόκειται για την τέχνη είτε για τα μαθηματικά. Η συμμετρία είναι περισσότερο γνωστή στην τέχνη- ωστόσο, οι μαθητές θα μάθουν γι' αυτήν κατά την επίλυση εξισώσεων.



Σύνδεση με αναλυτικό πρόγραμμα

Εξισώσεις και ανισώσεις/ Επίλυση εξισώσεων: Α' Γυμνασίου, Ενότητα 4:
<https://mathd.schools.ac.cy/index.php/el/mathimatika/analytiko-programma>



Εξοπλισμός/υλικό

- υπολογιστής με σύνδεση στο διαδίκτυο
- μολύβι,
- Ένα κομμάτι χαρτί Α4,
- Ένα χαρτόνι
- Διδακτικό υλικό.



Διάρκεια δραστηριότητας

45 λεπτά



Πηγές

- Σχήμα 1:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/60/The_Taj_Mahal_main_building.jpg/1280px-The_Taj_Mahal_main_building.jpg
- Σχήμα 2: Alenka Gerlovič: Πλεύση, 1986, <https://nmmu.hr/wp-content/uploads/2019/09/Alenka-Gerlovic-Lebdenje-1024x450.jpg>
- Σχήμα 3: Ραφαήλ, Ο Γάμος της Παναγίας (γύρω στο 1504),
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/06/Raffaello_-_Sposalizio_-_Web_Gallery_of_Art.jpg/800px-Raffaello_-_Sposalizio_-_Web_Gallery_of_Art.jpg
- Σχήμα 4: Joan Miro, Βασίλισσα Λουίζα Πρωσίας, 1929,
[https://wahooart.com/Art.nsf/O/8EWKZP/\\$File/Joan-Miro-Reina-Luisa-de-Prusia.JPG](https://wahooart.com/Art.nsf/O/8EWKZP/$File/Joan-Miro-Reina-Luisa-de-Prusia.JPG)
- Σχήμα 5: https://puntomarinero.com/images/asymmetry-what-is-it-word_5.jpg
- Σχήμα 6: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 7: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 8: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 9: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 10: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 11: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 12: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 13: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC

- Σχήμα 14: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 15: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 16: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 17: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 18: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC
- Σχήμα 19: φωτογραφία του Matjaž Bizilj, CC

Στάδιο 1 - Αφόρμηση



Εξηγήστε στους μαθητές:

Η καλλιτεχνική έκφραση σημαίνει την ουσιαστική ταξινόμηση των σχημάτων των μορφών και των αντικειμένων. Αυτή η ταξινόμηση ονομάζεται επίσης συνθετική ταξινόμηση. Τα στοιχεία ενός έργου τέχνης είναι διατεταγμένα σε ένα αναπόσπαστο σύνολο. Αυτή η ρύθμιση ονομάζεται σύνθεση.

Επιπλέον, η λέξη σύνθεση σημαίνει δομή. Όταν χρησιμοποιούμε τη λέξη σύνθεση στην τέχνη, εννοούμε τη διάταξη των στοιχείων (σημείο, γραμμή, σχήμα, χρώμα, πλοκή, φως/σκοτάδι, χώρος) στη μορφή που επιλέγει ο καλλιτέχνης.

Μια σύνθεση μπορεί να είναι:

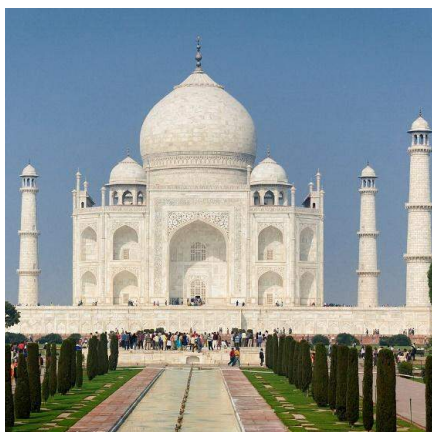
ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ

Όπου η συμμετρική ισορροπία εκδηλώνεται με τη διάταξη σχημάτων ίσου μεγέθους και βάρους και στις δύο πλευρές του νοητού άξονα που καθορίζουμε.

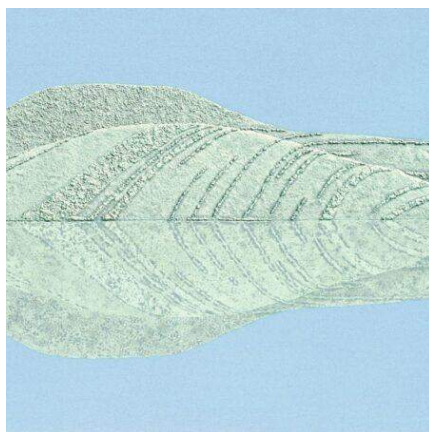
Ο καλλιτέχνης τοποθετεί τα στοιχεία του έργου τέχνης στην επιφάνεια τέχνης (όταν σχεδιάζει ένα δωμάτιο ή ένα άγαλμα, για παράδειγμα) έτσι ώστε το αριστερό μισό να αντικατοπτρίζει περίπου το δεξί ή το πάνω μέρος να είναι το ίδιο με το κάτω μέρος.

Οι συμμετρικές συνθέσεις στην τέχνη εμφανίζονται ακίνητες, στατικές και σαφείς. Μπορεί ακόμη και να είναι βαρετές και μονότονες.

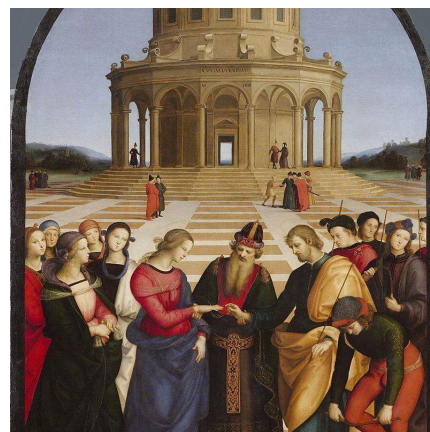
Δείξτε στους μαθητές τις ακόλουθες εικόνες:



Σχήμα 1:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/60/The_Taj_Mahal_main_building.jpg/1280px-The_Taj_Mahal_main_building.jpg



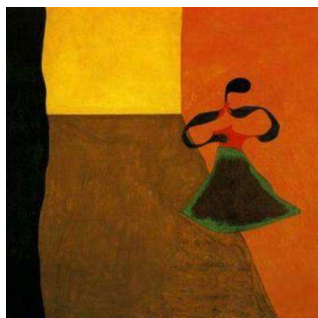
Σχήμα 2: Alenka Gerlovič: Πλεύση, 1986, <https://nmmu.hr/wp-content/uploads/2019/09/Alenka-Gerlovic-Lebdenje-1024x450.jpg>



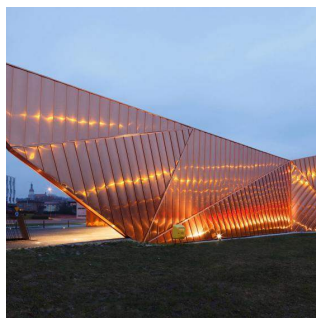
Σχήμα 3: Raphael, Ο Γάμος της Παναγίας (περ.1504)

ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

Η ασύμμετρη σύνθεση είναι μια άνιση διάταξη των στοιχείων του έργου τέχνης ως προς τον νοητό άξονα της καλλιτεχνικής σύνθεσης. Όταν συγκρίνουμε συμμετρικές και ασύμμετρες συνθέσεις, μια ασύμμετρη σύνθεση είναι πιο ζωντανή και δυναμική.



Σχήμα 4: Joan Miro,
Βασίλισσα Λουίζα της
Πρωσίας, 1929



Σχήμα 5:
https://puntomarinero.com/images/asymmetry-what-is-it-word_5.jpg

Ανεξάρτητα από το πού θέλει να τραβήξει το βλέμμα του θεατή, ο δημιουργός στοχεύει πάντα στη δημιουργία μιας ισορροπημένης σύνθεσης.

Πρόβλημα της καθημερινής ζωής

Εξηγήστε στους μαθητές:

Με τη βοήθεια απεικονίσεων, θέλουμε να διδάξουμε στους μαθητές τους νόμους διατήρησης της σχέσης "ίσο με" (=) και να λύνουν γραμμικές εξισώσεις. Οι μαθητές θα μάθουν να διατυπώνουν μια εξίσωση από ένα κείμενο για ένα καθημερινό πρόβλημα.

Προϋπάρχουσες γνώσεις

Εξηγήστε στους μαθητές:

Μια εξίσωση είναι η ισότητα δύο εκφράσεων, εκ των οποίων η μία τουλάχιστον περιέχει έναν άγνωστο. Ομοίως, στην τέχνη, υπάρχει μια σύνθεση όπου η συμμετρική ισορροπία εκδηλώνεται στη διάταξη των σχημάτων. Η λύση μιας εξίσωσης είναι οποιαδήποτε τιμή του αγνώστου. Πρέπει να θεωρήσουμε ότι η τιμή της αριστερής πλευράς ισούται με την τιμή της δεξιάς πλευράς της εξίσωσης.

Στάδιο 2 - Διερεύνηση

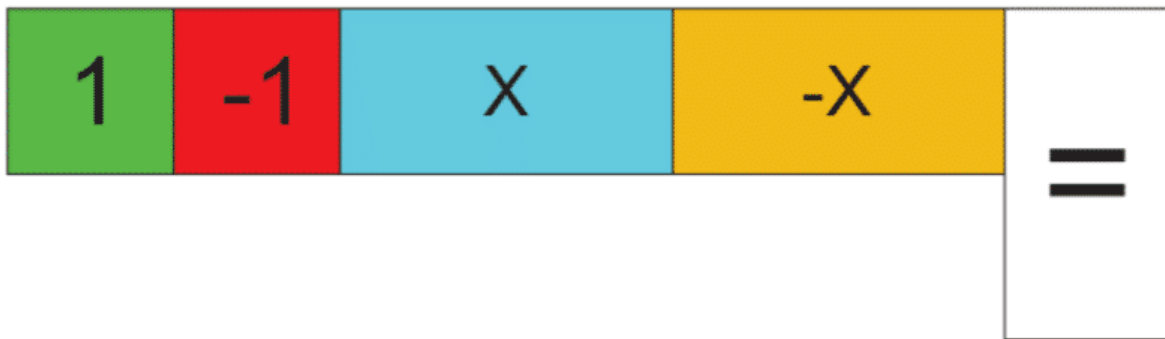


ΕΡΓΑΣΙΕΣ

1

Εργασία 1

Ζητήστε από τους μαθητές να φτιάξουν κάρτες διαφορετικών χρωμάτων από ένα σταθερό χαρτί με τους αριθμούς **1** και **-1**, τους αγνώστους **x** και **-x** και το **σύμβολο της ισότητας**.



Σχήμα 6

2

Εργασία 2

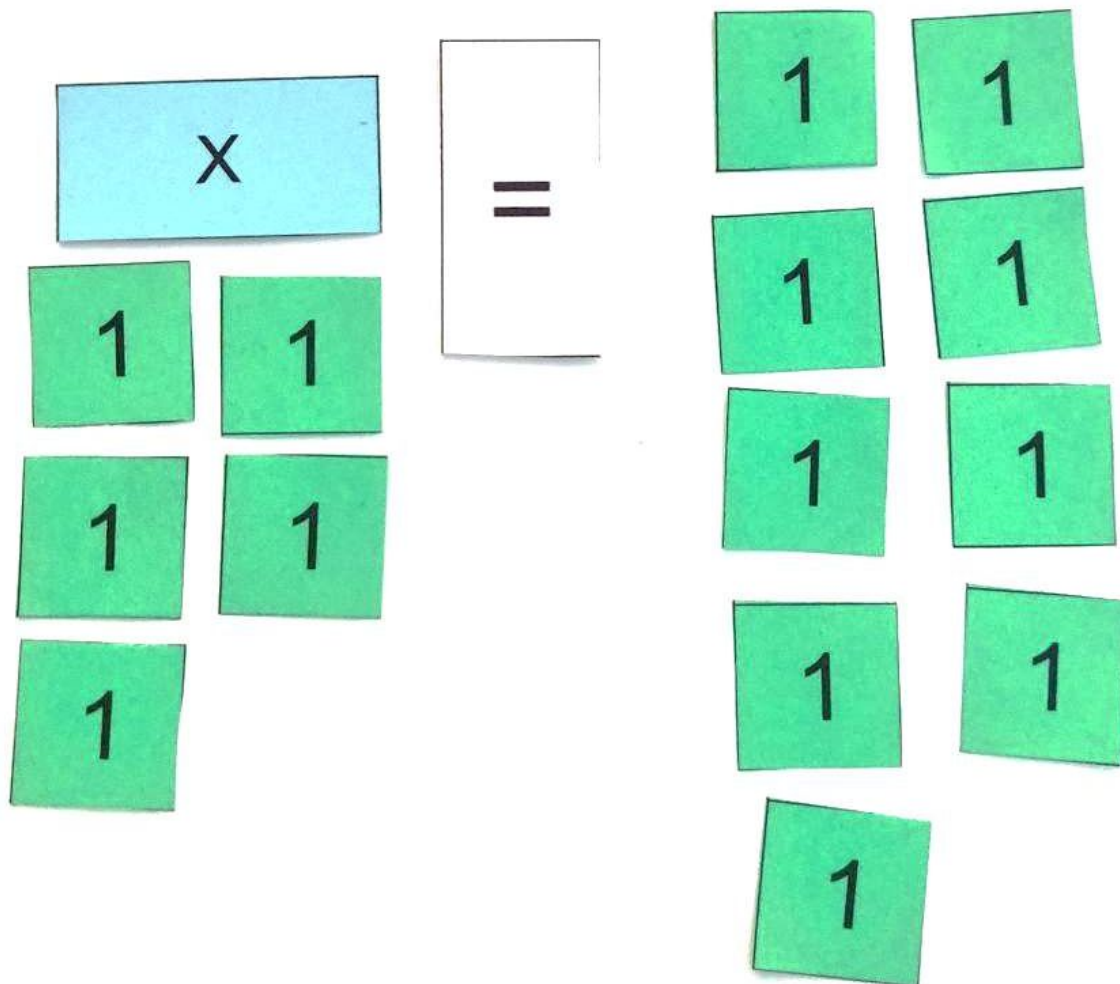
Ζητήστε από τους μαθητές να λύσουν:

$$x+5=9$$

Εξηγήστε στους μαθητές:

Βάλτε ένα κομμάτι χαρτί με ένα σύμβολο ισότητας στη μέση του τραπεζιού. Στη συνέχεια, στην αριστερή πλευρά του σημείου ισότητας, βάλτε ένα κομμάτι χαρτί με το x και άλλα πέντε κομμάτια με τον αριθμό 1. Στη συνέχεια, βάλτε εννέα κομμάτια στη δεξιά πλευρά του σημείου ισότητας με τον αριθμό 1. Τέλος, έχουμε μια εξίσωση προετοιμασμένη στο τραπέζι με κομμάτια χαρτιού, την οποία επιλύουμε:

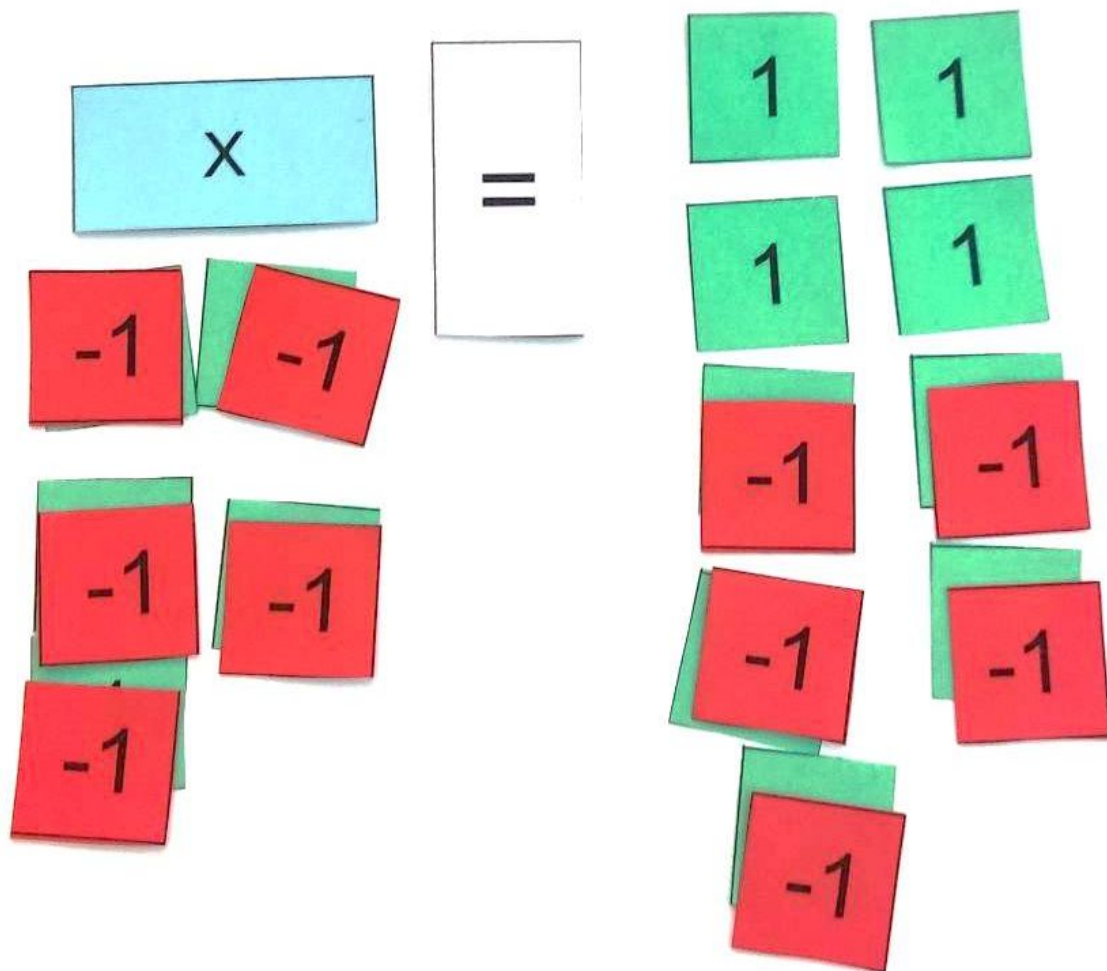
$$x+5=9$$



Σχήμα 7

Πρώτον, πρέπει να εκφράσετε τον άγνωστο x από την έκφραση στην αριστερή πλευρά της εξίσωσης. Επομένως, πρέπει να αφαιρέσετε τα πέντε από την αριστερή πλευρά. Αφαιρείτε το πέντε με αφαίρεση.

Σε κάθε κομμάτι χαρτί με γραμμένο τον αριθμό 1, τοποθετείτε ένα κομμάτι με τον αριθμό -1 για αφαίρεση. Εφόσον ισχύει ο νόμος διατήρησης της σχέσης, θα πρέπει να κάνετε το ίδιο και στις δύο πλευρές της εξίσωσης - αν προσθέσετε ή αφαιρέσετε έναν συγκεκριμένο αριθμό στη μία πλευρά της εξίσωσης, θα πρέπει να το κάνετε και στην άλλη πλευρά. Επομένως, στη δεξιά πλευρά, καλύπτετε πέντε κομμάτια με τον αριθμό 1, με τα κομμάτια με τον αριθμό -1 να αφαιρούνται.

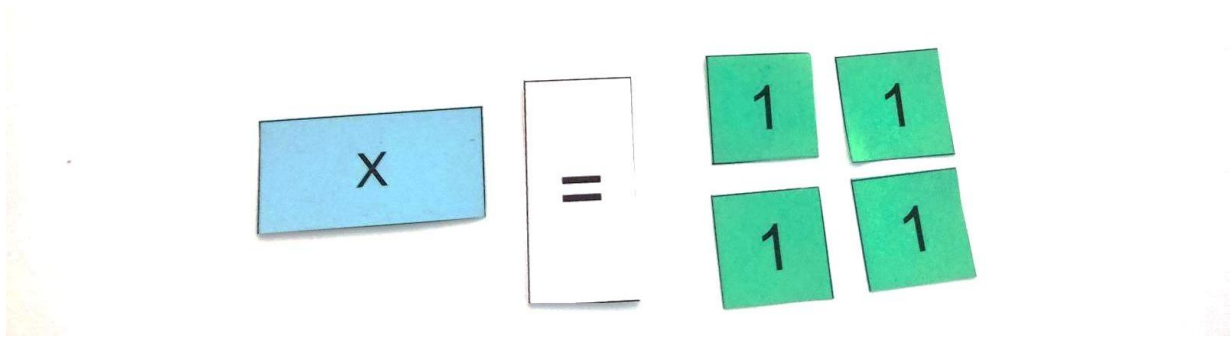


Σχήμα 8

Ζητήστε από τους μαθητές να το γράψουν στην εξίσωση, αφαιρώντας πέντε από κάθε πλευρά της εξίσωσης:

$$x+5=9-5$$

Αφαιρέστε όλα τα φύλλα χαρτιού που είναι καλυμμένα:



Σχήμα 9

Παίρνετε το αποτέλεσμα:

$$x=4$$

Αν ξαναγράψουμε ολόκληρο τον υπολογισμό:

$$x+5=9$$

$$x+5-5=9-5$$

$$x=4$$

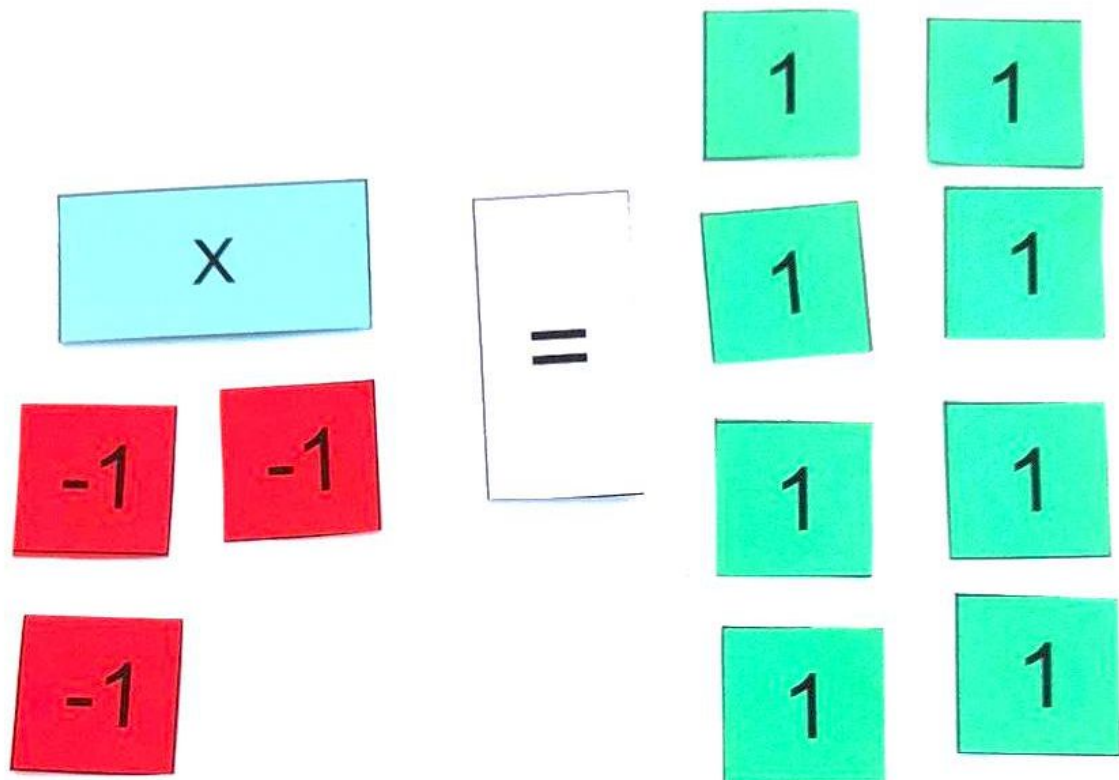
Εργασία 3

Ζητήστε από τους μαθητές να λύσουν τον ακόλουθο υπολογισμό, στον οποίο μπορούν να βρουν την αφαίρεση.

$$x-3=8$$

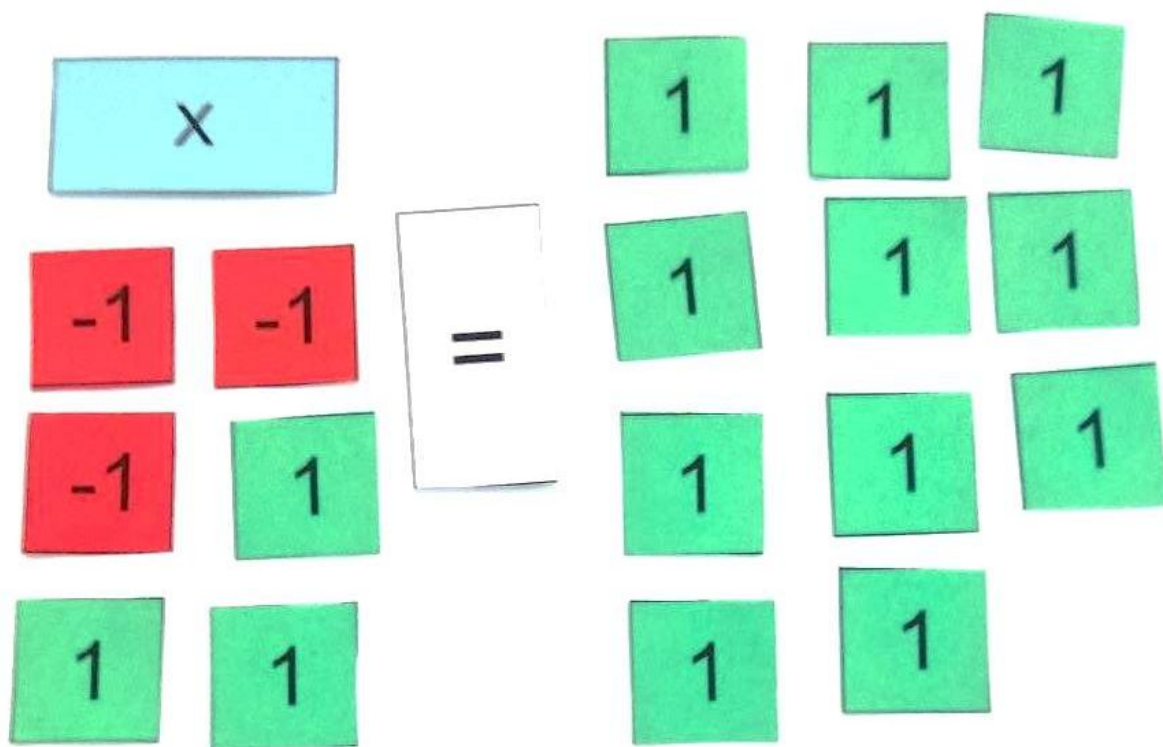
Εξηγήστε:

Ξεκινάτε όπως στην προηγούμενη εργασία. Ωστόσο, αντί για κομμάτια χαρτιού με τον αριθμό 1, προσθέτετε κομμάτια χαρτιού με τον αριθμό -1 στην αριστερή πλευρά της εξίσωσης. Υπάρχει ο αριθμός -3 στην αριστερή πλευρά της εξίσωσης.



Σχήμα 10

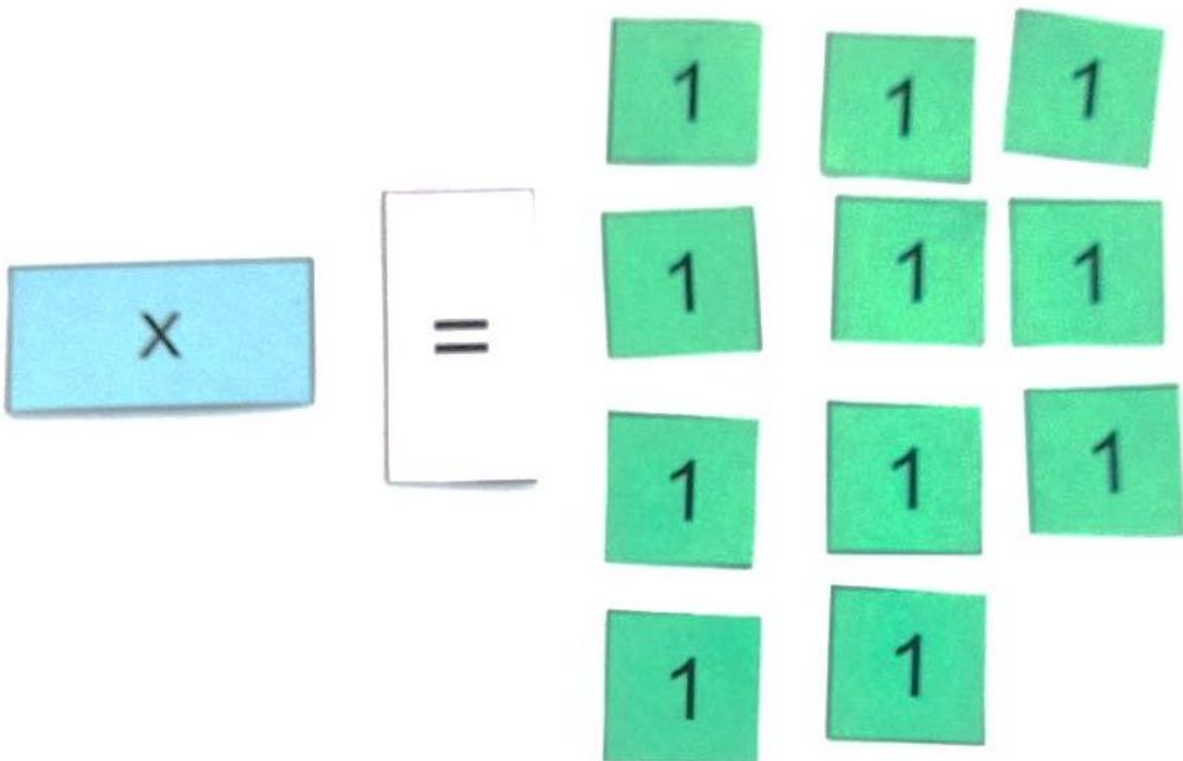
Εκφράζετε τον άγνωστο x στην αριστερή πλευρά της εξίσωσης, προσθέτοντας τρία φύλλα χαρτιού με τον αριθμό 1 ή προσθέτοντας τον αριθμό 3. Στη συνέχεια, λόγω του νόμου διατήρησης της σχέσης, κάνετε το ίδιο στη δεξιά πλευρά της εξίσωσης.



Σχήμα 11

$$x-3+3=8+3$$

Αφαιρείτε τα φύλλα χαρτιού με τους αριθμούς 1 και -1 από την αριστερή πλευρά της εξίσωσης, καθώς ακυρώνονται. Στη δεξιά πλευρά, έχετε μόνο πράσινα κομμάτια χαρτιού με τον αριθμό 1. Παίρνετε το αποτέλεσμα μετρώντας τα πράσινα φύλλα χαρτιού με τον αριθμό 1.



Σχήμα 12

$$x=11$$

Ας γράψουμε τον πλήρη υπολογισμό:

$$x-3=8$$

$$x-3+3=8+3$$

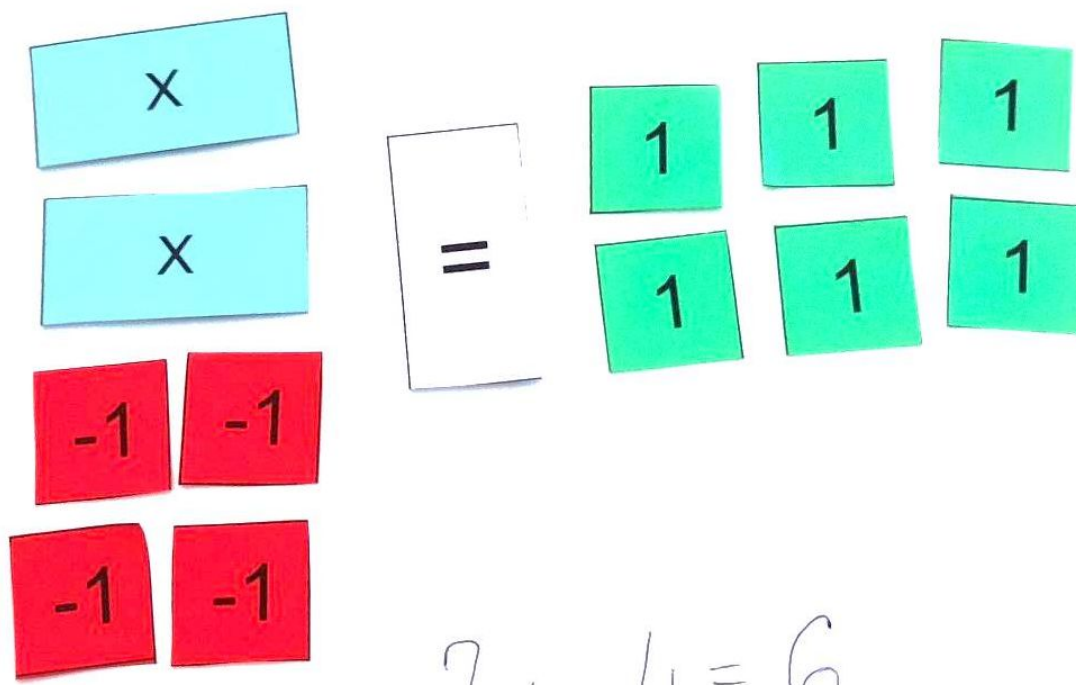
$$x=11$$

Εργασία 4

Μπορούμε επίσης να λύσουμε εξισώσεις που περιέχουν πολλαπλασιασμό με τον ίδιο τρόπο. Προσπαθήστε να λύσετε την ακόλουθη εξίσωση:

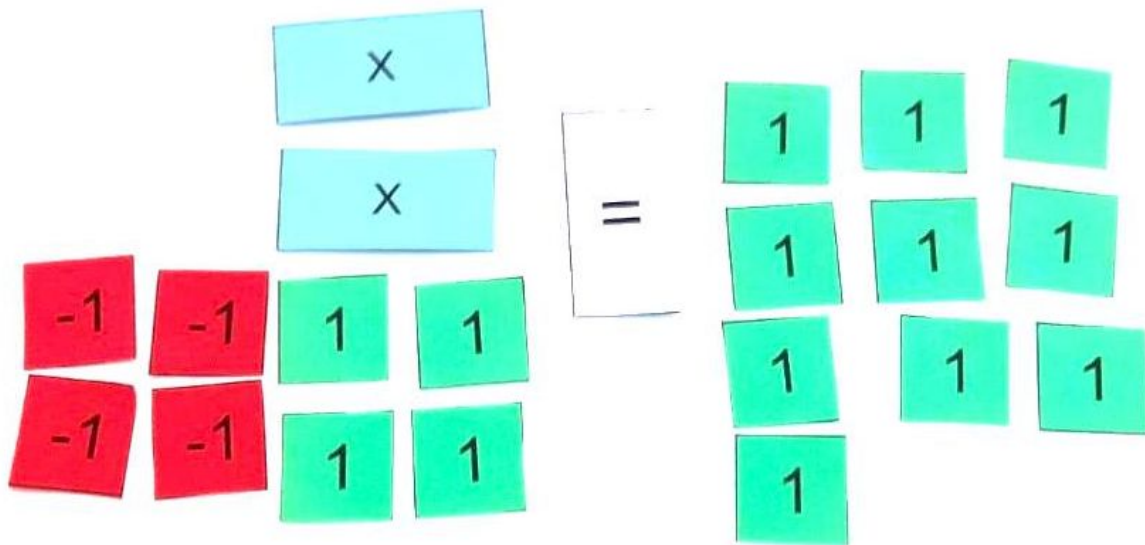
$$2x-4=6$$

Προετοιμάστε τα χαρτιά όπως στις προηγούμενες εργασίες. Ωστόσο, ετοιμάστε δύο κομμάτια με το άγνωστο x αντί για ένα. Υπάρχει $2x$ σε αυτή την εξίσωση.



Σχήμα 13

Στη συνέχεια, εκφράστε το $2x$ στην αριστερή πλευρά της εξίσωσης προσθέτοντας 4 και στις δύο πλευρές της εξίσωσης.



Σχήμα 14

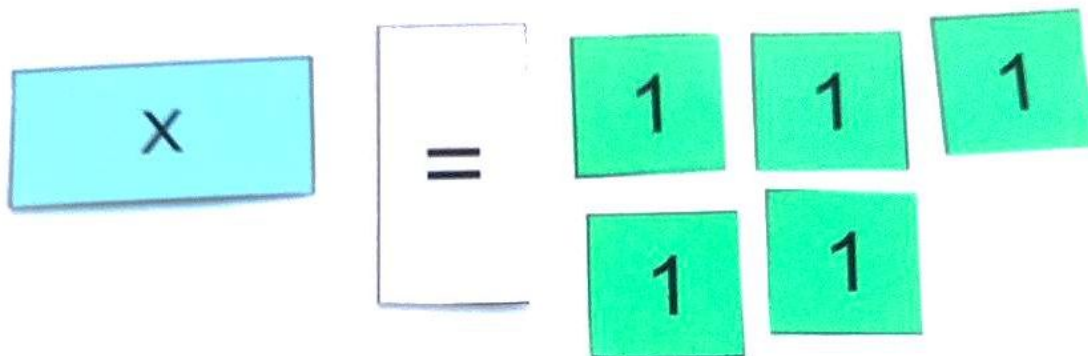
$$2x - 4 + 4 = 6 + 4$$

$$2x = 10$$

Τώρα πρέπει να διαιρέσετε τις μονάδες για να βρείτε τι είναι το x .

Χωρίζετε τα φύλλα χαρτιού με το άγνωστο x και τα φύλλα στη δεξιά πλευρά της εξίσωσης τοποθετώντας τα ένα προς ένα για κάθε x . Για παράδειγμα, αν είχατε τρεις κάρτες με x ή $3x$, θα χωρίζατε τις κάρτες σε τρία μέρη.

Τέλος, λαμβάνετε το αποτέλεσμα:



Σχήμα 15

$$x=5$$

Η διαίρεση των τεμαχίων χαρτιού σημαίνει διαίρεση (διαίρεση). Χωρίζετε τα φύλλα χαρτιού με τον αριθμό 1 στα δεξιά. Θα πρέπει να σκεφτείτε να τα διαιρέσετε τόσες φορές όσες είναι ο αριθμός των αγνώστων x στην αριστερή πλευρά της εξίσωσης. Γράφουμε την πλήρη εξίσωση ως εξής:

$$2x=10$$

$$x=10\div 2$$

$$x=5$$

Εργασία 5

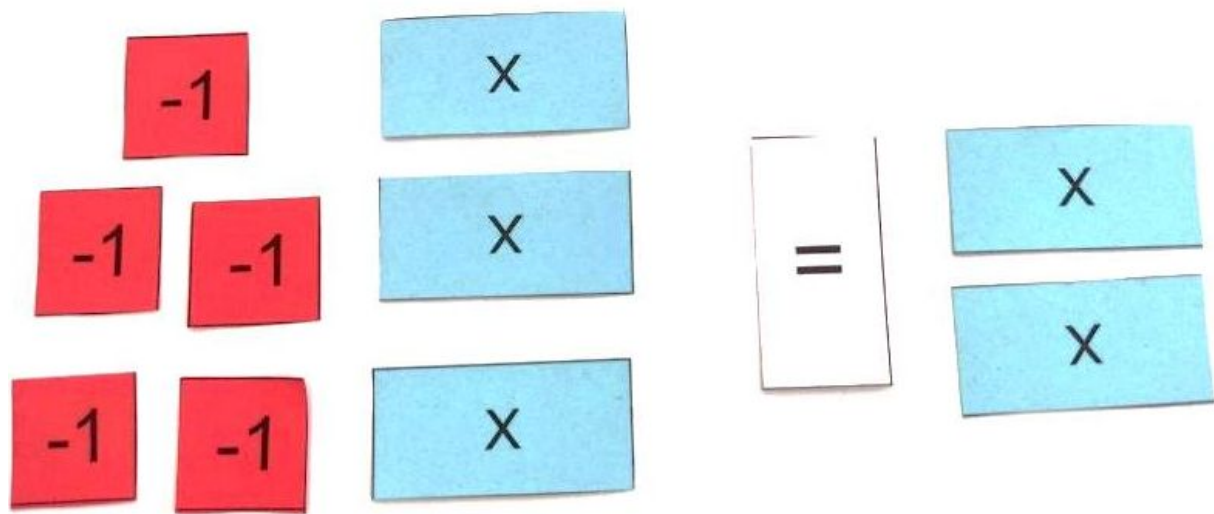
Ζητήστε από τους μαθητές να λύσουν ένα άλλο πρόβλημα:

Το τριπλάσιο ενός αριθμού είναι κατά πέντε μεγαλύτερο από το διπλάσιο πολλαπλάσιο του ίδιου αριθμού.
Τι νούμερο είναι;

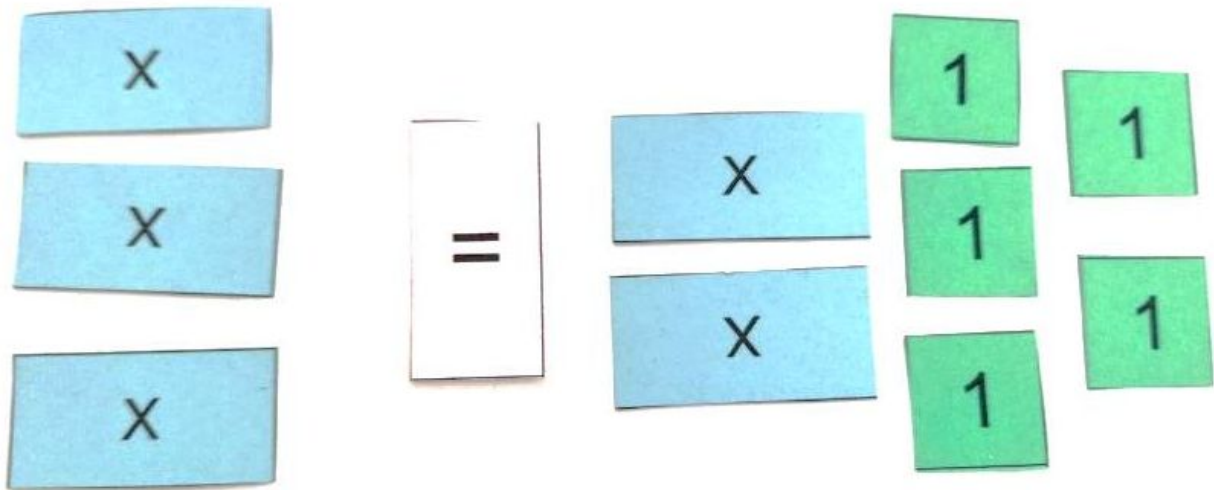
Εξηγήστε:

Γράφετε τον άγνωστο αριθμό με x . Το κείμενο λέει ότι υπάρχει ένα τριπλό στην αριστερή πλευρά, δηλαδή $3x$, και στη δεξιά πλευρά της εξίσωσης υπάρχει ένα πολλαπλάσιο του δύο, δηλαδή $2x$.

Επιπλέον, το κείμενο λέει ότι το τριπλάσιο του αριθμού είναι κατά πέντε φορές μεγαλύτερο από το διπλάσιο πολλαπλάσιο. Επομένως, πρέπει να αφαιρέσετε 5 στην αριστερή πλευρά (αυτή με το $3x$) ή να προσθέσετε 5 στη δεξιά πλευρά (αυτή με το $2x$) για να έχετε ισότητα:

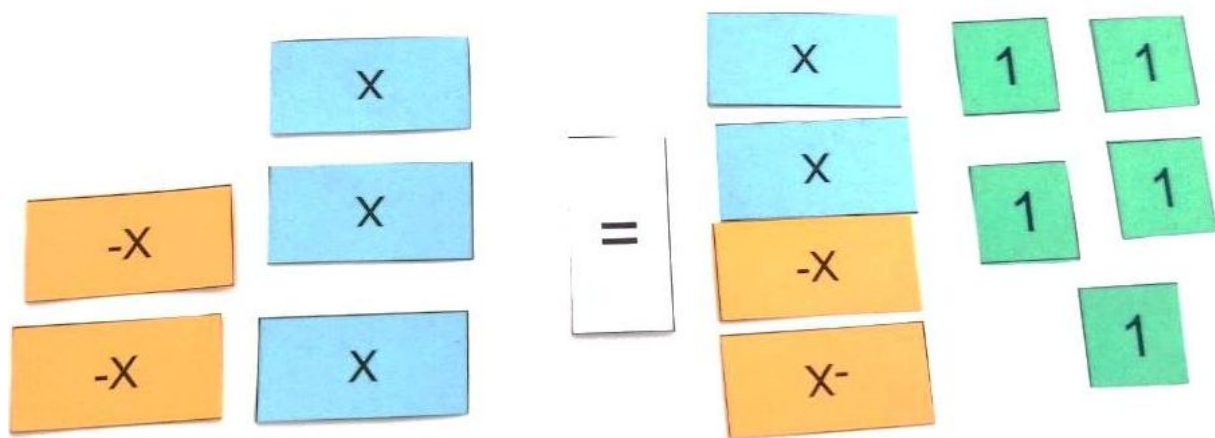


Σχήμα 16



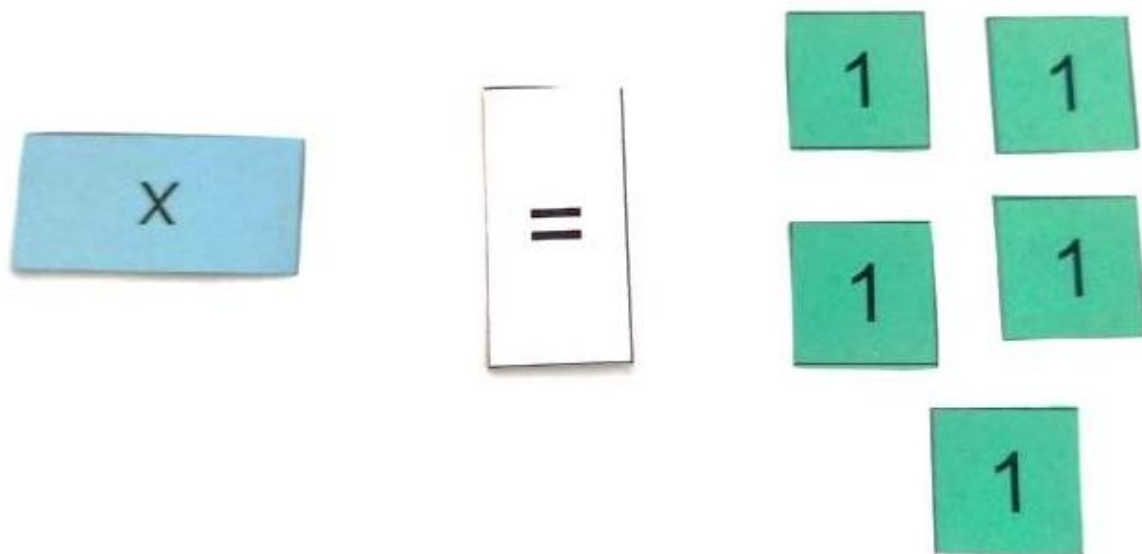
Σχήμα 17

Επιλέγετε τη δεύτερη επιλογή και τώρα πρέπει να αφαιρέσετε τον άγνωστο x από τη δεξιά πλευρά της εξίσωσης. Έτσι, αφαιρείτε το x δύο φορές, αλλά πρέπει να το κάνετε και στις δύο (δεξιά και αριστερή) πλευρές της εξίσωσης.



Σχήμα 18

Οι άγνωστοι x και $-x$ ακυρώνονται και λαμβάνετε τη λύση.



Σχήμα 19

Γράφουμε την πλήρη εξίσωση ως εξής:

$$3x = 2x + 5$$

$$3x - 2x = 2x - 2x + 5$$

$$x = 5$$

Εργασία 6 - Σύνοψη

Εξηγήστε:

Κατά την επίλυση εξισώσεων, η προσοχή στο σύμβολο της ισότητας είναι απαραίτητη. Ένα σύμβολο ισότητας παρουσιάζει την ισότητα της έκφρασης στην αριστερή πλευρά με την έκφραση στη δεξιά πλευρά. Κάθε μαθηματική (θεμελιώδης) πράξη (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός ή διαίρεση) που εκτελείται στη μία πλευρά της εξίσωσης πρέπει να εκτελείται και στην άλλη. Για παράδειγμα, η προσθήκη ή η αφαίρεση ενός αριθμού μόνο στη μία πλευρά της έκφρασης θα άλλαζε την ισότητα της εξίσωσης.

Στάδιο 3 - Αξιολόγηση/ Εμπέδωση



Ζητήστε από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τα ίδια φύλλα χαρτιού με τους αριθμούς 1 και -1 για να λύσουν τους ακόλουθους υπολογισμούς:

$x+3=7$
$x+6=13$
$2+x=11$

$x-5=8$
$x-2=7$
$x-5=5$

$3x-3=6$	$2x-8=8$
$4x+5=13$	$5x+1=6$
$5x-5=3x+3$	$2x+7=2-x$

Ζητήστε από τους μαθητές να λύσουν ένα άλλο πρόβλημα:

Ένας αγρότης μάζεψε μια κάσα γεμάτη μήλα. Ήθελε να τα βάλει σε ξύλινα κιβώτια. Αρχικά, γέμισε επτά κιβώτια, αλλά το τελευταίο δεν ήταν γεμάτο. Του τελείωσαν τα 3 κιλά μήλα. Όταν προσπάθησε για δεύτερη φορά, γέμισε πέντε ξύλινα κιβώτια με 5 κιλά μήλα που είχαν απομείνει. Πόσα κιλά μήλα θα μπορούσε να βάλει σε ένα κουτί; Πόσα μήλα μάζεψε;

Τέλος της δραστηριότητας

ΕΞΟΔΟΣ