

# Προσδιορισμός της μάζας των κατασκευών από ανακυκλωμένα υλικά χωρίς ζυγαριά

Εισαγωγή

Στάδιο 1 - Αφόρμηση

Στάδιο 2 - Διερεύνηση

Στάδιο 3 - Αξιολόγηση/ Εμπέδωση

# Εισαγωγή

---



---

#Δραστηριότητα στην τάξη #διαδικτυακή δραστηριότητα

---

Κατά τον υπολογισμό της μάζας διαφόρων έργων από ανακυκλωμένα υλικά, οι μαθητές θα παρατηρήσουν τον συμβολισμό μιας γραμμικής συνάρτησης και θα μάθουν να σχεδιάζουν τη γραφική της παράσταση. Μια συνάρτηση είναι ένας κανόνας που δίνεται σε κάθε στοιχείο  $x$  από το σύνολο  $A$ , ο οποίος δίνει ακριβώς ένα στοιχείο  $y$  από το σύνολο  $B$ . Δίνεται από έναν κανονισμό που περιέχει τον κωδικό της εξαρτημένης μεταβλητής (συνήα  $y$ ), τον κωδικό της ανεξάρτητης μεταβλητής (συνήα  $x$ ) και τον κανόνα για τον υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης ή της εξαρτημένης μεταβλητής.

Μια γραμμική συνάρτηση είναι μια συνάρτηση της μορφής  $y=kx+n$ , όπου  $k$  και  $n$  είναι οποιοιδήποτε πραγματικοί αριθμοί και αντιπροσωπεύουν τον συντελεστή κατεύθυνσης ( $k$ ) και την αρχική τιμή ( $n$ ).

Στην καθημερινή ζωή, βλέπουμε συχνά ποσότητες που συσχετίζονται γραμμικά (για παράδειγμα, η τιμή μιας διαδρομής με ταξί και η διανυθείσα απόσταση). Ακόμη και η ευθεία αναλογία, την οποία οι μαθητές γνωρίζουν ήδη καλά, είναι μια μοναδική μορφή γραμμικής συνάρτησης. Επιπλέον, στην τέχνη συναντώνται γραμμικά συσχετιζόμενες ποσότητες.

## Μαθησιακοί στόχοι

☐

Να μαθαίνουν μια γραμμική συνάρτηση και πώς να την ορίζουν (να γνωρίζουν επίσης τη σημασία των συντελεστών  $k$  και  $n$ )

☐

Να σχεδιάζουν μια γραφική παράσταση μιας γραμμικής συνάρτησης

☐

Να κατανοήσουν ότι ο κανόνας της γραμμικής συνάρτησης χρησιμοποιείται στον υπολογισμό γλυπτών μάζας από ανακυκλωμένα μπουκάλια και στην επίλυση μιας εργασίας από την καθημερινή ζωή.

## ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

## ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

### Σύνδεση με τέχνη —

Διαφορετικές συναρτήσεις μπορούν να παρουσιάσουν την εξάρτηση δύο μεγεθών. Μία από τις συναρτήσεις είναι επίσης γραμμική συνάρτηση. Η γραμμική εξάρτηση των ποσοτήτων μπορεί επίσης να παρατηρηθεί στην τέχνη. Η δραστηριότητα θα παρουσιάσει μια σύνδεση με γλυπτά από ανακυκλωμένα μπουκάλια ή βάζα.



### Σύνδεση με αναλυτικό πρόγραμμα —

Συναρτήσεις/ Ορισμός της γραμμικής συνάρτησης  $y = kx + n$  και σχεδιάσή της, Β' Γυμνασίου, Ενότητα 5:  
<https://mathm.schools.ac.cy/index.php/el/mathimatika/analytiko-programma>



### Εξοπλισμός/υλικό —

- Ένας υπολογιστής συνδεδεμένος στο Διαδίκτυο

- Ένα στυλό
- Ένα φύλλο χαρτί
- Ένας χάρακας
- Χαρτί γραφικών παραστάσεων



**Διάρκεια δραστηριότητας** —

45 λεπτά



**Πηγές** —

-

# Στάδιο 1 - Αφόρμηση

---



Εξηγήστε στους μαθητές:

41 δισεκατομμύρια μπουκάλια και κουτιά πετιούνται κάθε χρόνο στην Ευρώπη. Έχουμε πολλούς λόγους για τους οποίους πρέπει να απαλλαγούμε από τα πλαστικά. Η υγεία μας και το περιβάλλον είναι μόνο ένας από τους πολλούς λόγους γι' αυτό. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο η ανακύκλωση είναι ακόμη πιο σημαντική.

Πολλοί καλλιτέχνες κατασκευάζουν διάφορα γλυπτά από ανακυκλωμένα υλικά, όπως ανακυκλωμένα μπουκάλια και βάζα. Τα έργα αυτά, τα οποία ευαισθητοποιούν τον πληθυσμό σχετικά με τη σημασία της ανακύκλωσης για το περιβάλλον, εκτίθενται όλο και συχνότερα σε διάφορες τοποθεσίες. Για παράδειγμα, συναρπαστική είναι η παραλία στο Ρίο ντε Τζανέιρο, όπου κατασκευάστηκαν τεράστια γλυπτά από

ανακυκλωμένα μπουκάλια στο πλαίσιο της Διάσκεψης των Ηνωμένων Εθνών για τη βιώσιμη ανάπτυξη, Ρίο + 20. Παρόμοια γλυπτά βρίσκονται επίσης στη Φλόριντα, όπως φαίνεται στην Εικόνα 1.



[Εικόνα 1: Μαζικά γλυπτά ψαριών από ανακυκλωμένα πλαστικά μπουκάλια](#) itle: Εικόνα 1:  
[Μαζικά γλυπτά ψαριών από ανακυκλωμένο πλαστικό μπουκάλι συγγραφέας: Massive Recycled Plastic Bottle Fish Sculptures: Felix Wong](#)

---

Εξηγήστε στους μαθητές:

Ωστόσο, ο αριθμός των φιαλών και η μάζα ολόκληρου του γλυπτού είναι τα μεγέθη που συνδέονται με γραμμική συνάρτηση. Έτσι, αν θέλετε να υπολογίσετε τη μάζα ολόκληρου του εξαρτήματος, θα πρέπει να λάβετε υπόψη σας διάφορους παράγοντες. Θα μάθουμε ποιες και πώς να τις συνδέσουμε με τη λειτουργία παρακάτω.

## Πρόβλημα της καθημερινής ζωής

Εξηγήστε στους μαθητές:

Ο καλλιτέχνης αποφάσισε να φτιάξει έναν πολυέλαιο από ανακυκλωμένα μπουκάλια. Έχει ήδη αγοράσει έναν σκελετό βάρους 18,25 κιλών. Θα προσθέσει τα ίδια μπουκάλια στο πλαίσιο και θα υπάρχει επίσης μια λυχνία LED μέσα σε κάθε μπουκάλι. Το συνολικό τους βάρος είναι 55 g.

Ρωτήστε τους μαθητές:

Πόσα μπουκάλια με φώτα LED μπορούν να προστεθούν στον πολυέλαιο εάν η μέγιστη χωρητικότητα φορτίου είναι 25 kg;

## Προϋπάρχουσες γνώσεις

Ρωτήστε τους μαθητές:

Η τιμή του 1 κιλού βερίκοκων είναι 3 ευρώ. Πρώτον, γράψτε τον λειτουργικό κανονισμό για αυτή την άμεση αναλογία. Στη συνέχεια, συμπληρώστε έναν πίνακα στον οποίο θα δείξετε την εξάρτηση των ποσοτήτων και σχεδιάστε μια γραφική παράσταση της αναλογίας.

## Στάδιο 2 - Διερεύνηση

---



### ΕΡΓΑΣΙΕΣ

1

#### Εργασία 1

Ρωτήστε τους μαθητές:

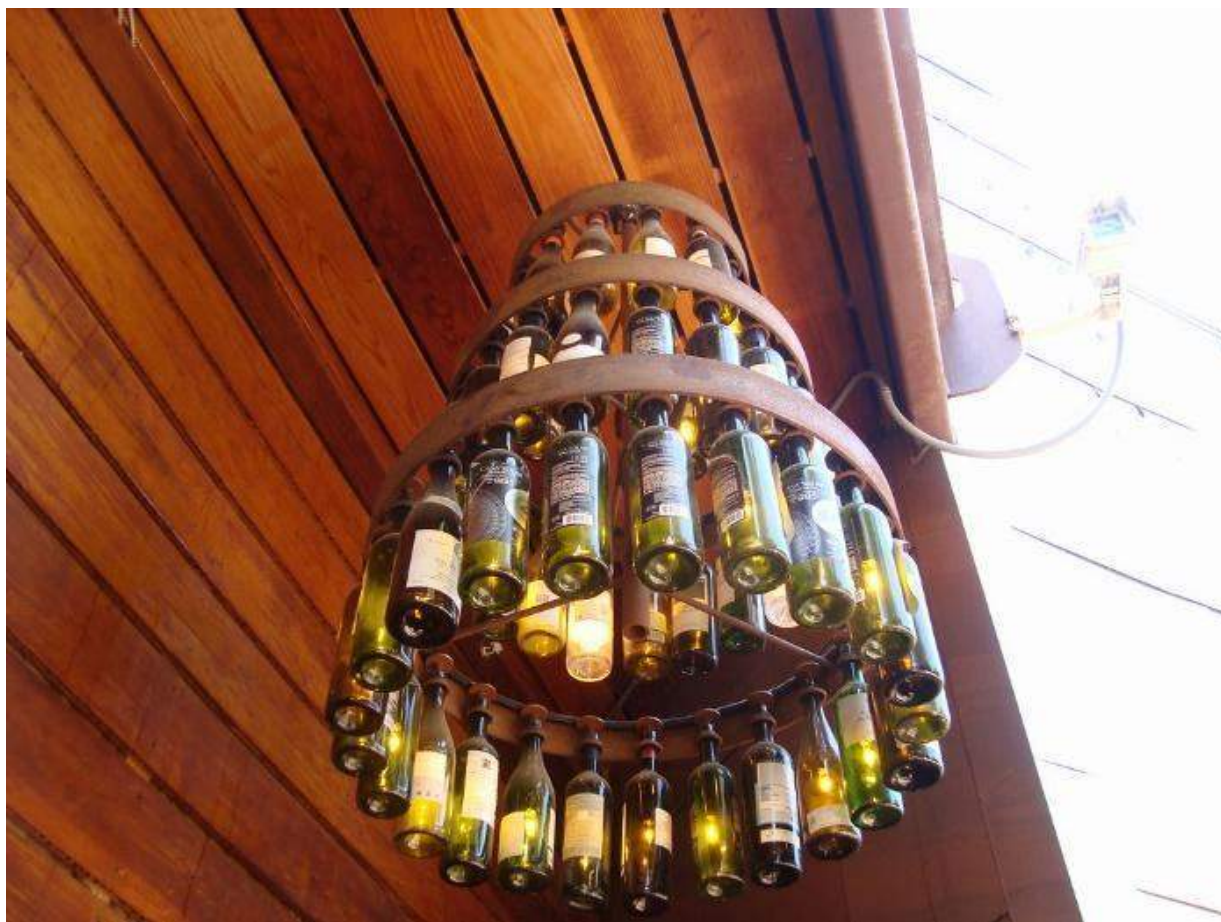
---





“Από τι εξαρτάται η μάζα του πολυέλαιου;”

---



Εικόνα 2: Πολυέλαιος από ανακυκλωμένο μπουκάλι

---

Εξηγήστε:

Ανακαλύψαμε ότι αυτό εξαρτάται από τον αριθμό των μπουκαλιών με φώτα LED που χρησιμοποιήσαμε, το βάρος τους και το βάρος του βασικού πλαισίου στο οποίο είχαμε τοποθετήσει τα μπουκάλια.

Ρωτήστε τους μαθητές:



*“Ποιες από τις ποσότητες που αναφέρονται στην εργασία είναι σταθερές και ποιες μπορούμε να αλλάξουμε;”*

---



*“Σκεφτείτε πώς θα συσχετίζατε το βάρος του πολυέλαιου με τον αριθμό των φιαλών που χρησιμοποιούνται, αν δεν ήταν απαραίτητο να ληφθεί υπόψη το βάρος του σκελετού βάσης;”*

---

---

2

---

## Εργασία 2

### Γραμμική συνάρτηση

Εξηγήστε στους μαθητές:

Στην παραπάνω εργασία, έχουμε δύο τιμές που δεν χρειάζεται να αλλάξουν: το βάρος του πλαισίου και το βάρος του μπουκαλιού με τη λυχνία LED. Υπάρχουν επίσης δύο μεταβλητές - ο αριθμός των φιαλών που χρησιμοποιούνται (ανεξάρτητη μεταβλητή) και το βάρος ολόκληρου του πολυέλαιου (εξαρτημένη μεταβλητή).

Πιθανότατα θα έχετε ανακαλύψει ότι το βάρος του πολυέλαιου και ο αριθμός των μπουκαλιών που χρησιμοποιούνται είναι ευθέως ανάλογα με την ποσότητα, αν δεν χρειαστεί να λάβουμε υπόψη το βάρος του σκελετού. Ως εκ τούτου, μπορούν να συνδεθούν με έναν ήδη γνωστό κανονισμό:

$$y=kx,$$

Όπου η μεταβλητή  $y$  αντιπροσωπεύει τη συνολική μάζα,  $x$  είναι ο αριθμός των φιαλών που χρησιμοποιήθηκαν και  $k$  είναι ο συντελεστής άμεσης αναλογίας.

Έτσι, ένα αντίγραφο μιας τέτοιας συνάρτησης για τον υπολογισμό της μάζας σε χιλιόγραμμα θα έμοιαζε ως εξής:

$$y=0,055 \cdot x$$

Ωστόσο, αυτό είναι μόνο το βάρος των φιαλών. Το βάρος του πολυέλαιου με το πλαίσιο θα είναι μεγαλύτερο κατά 18,25 kg. Ως εκ τούτου, θα γράψουμε τη συνταγή της συνάρτησης ως εξής:

$$y=0,055 \cdot x+18,25$$

Η συνάρτηση αυτή έχει τη μορφή  $y=kx+n$  και ονομάζεται γραμμική συνάρτηση. Επιπλέον, το  $n$  είναι ένας αυθαίρετος πραγματικός αριθμός που αντιπροσωπεύει την αρχική τιμή της συνάρτησης. Εάν  $n=0$ , η συνάρτηση αντιπροσωπεύει μια ευθεία αναλογία και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο εκκίνησης.

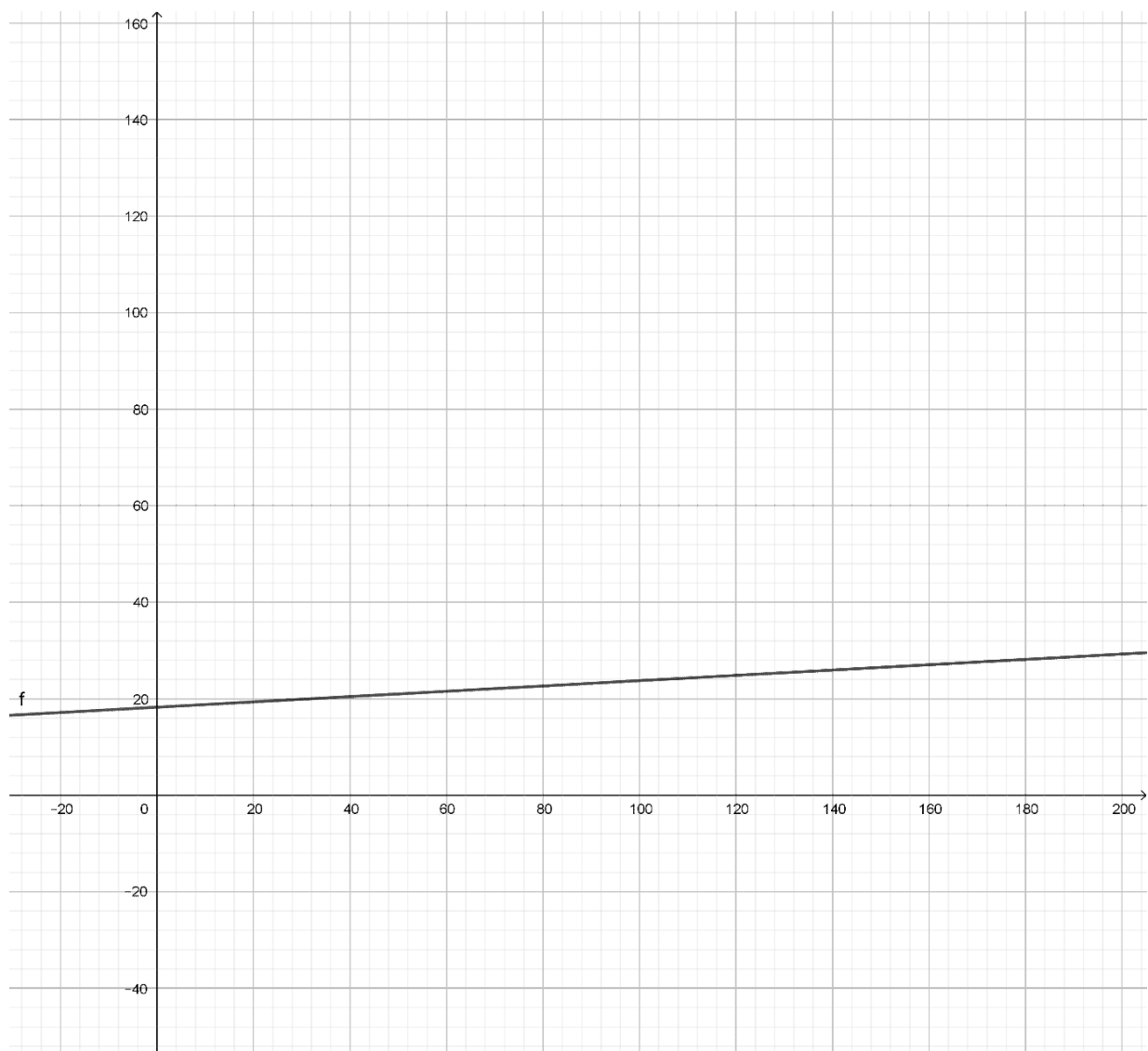
Ρωτήστε τους μαθητές:

Συμπληρώστε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης:

<b>x</b>	<b>y</b>
0	
1	

2	
5	
10	
20	
50	
100	
200	

Χρησιμοποιώντας τον πίνακα, σχεδιάστε μια γραφική παράσταση της συνάρτησης εισάγοντας σημεία στο σύστημα συντεταγμένων. Αν θυμάστε καλά το γράφημα άμεσης αναλογίας, πιθανώς γνωρίζετε ότι δεν είναι απαραίτητο να σχεδιάσετε όλα τα σημεία από τον πίνακα. Αντ' αυτού, μπορείτε να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση σε χαρτί γραφικής παράστασης ή να χρησιμοποιήσετε το GeoGebra.



Εικόνα 3: Γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = 0.055 \cdot x + 18.25$ , δική σας φωτογραφία που έγινε με το GeoGebra

Εξηγήστε στους μαθητές:

Σημειώστε ότι η γραφική παράσταση δεν διέρχεται από την αρχή των συντεταγμένων. Ωστόσο, η γραφική παράσταση της γραμμικής συνάρτησης είναι μια ευθεία γραμμή.

Ας λύσουμε τώρα το αρχικό πρόβλημα: Γνωρίζουμε ότι ένας κανόνας μπορεί να δώσει τη μάζα ενός πολυέλαιου:  $y = 0,055 \cdot x + 18,25$ . Μια δυνατότητα είναι να συμπεράνουμε τη λύση από τη γραφική παράσταση. Έτσι βρίσκουμε το μεγαλύτερο  $x$  όταν το  $y$  εξακολουθεί να είναι μικρότερο από 25.

Μια άλλη δυνατότητα είναι να χρησιμοποιήσουμε έναν ισοδύναμο μετασχηματισμό από τον παραπάνω κανονισμό για τη συνάρτηση, και εκφράζουμε το  $x$  (τον αριθμό των μπουκαλιών), και για το  $y$ , εισάγουμε τον αριθμό 25.

$$x = \frac{y - 18.25}{0.055}$$

$$x = \frac{25 - 18.25}{0.055} \approx 122,72$$

Έτσι, ο καλλιτέχνης μπορεί να προσθέσει στον πολυέλαιο το πολύ 122 μπουκάλια με φώτα LED, ώστε να μην υπερβεί την ικανότητα φόρτωσης.

## Εργασία 3

### Περίληψη

Εξηγήστε στους μαθητές:

Μια γραμμική συνάρτηση είναι μια συνάρτηση της μορφής  $y=kx+n$ , όπου  $k$  και  $n$  είναι οποιοδήποτε πραγματικοί αριθμοί και αντιπροσωπεύουν τον συντελεστή κατεύθυνσης ( $k$ ) και την αρχική τιμή ( $n$ ). Είναι συνηθισμένο στην καθημερινή ζωή. Ένα ιδιαίτερο παράδειγμα γραμμικής συνάρτησης είναι η άμεση αναλογία. Η γραφική παράσταση μιας γραμμικής συνάρτησης είναι μια ευθεία γραμμή.

## Στάδιο 3 - Αξιολόγηση/ Εμπέδωση

---



Ρωτήστε τους μαθητές:

### Εργασία 1

Πήρατε μερικά άδεια μπουκάλια από ένα κοντινό κατάστημα όπου θέλετε να φτιάξετε ένα γλυπτό για μια έκθεση τον επόμενο μήνα. Θα τοποθετήσετε τις φιάλες σε μια μεταλλική βάση βάρους 18,4 kg. Όλες οι φιάλες είναι ίδιες και ζυγίζουν 0,45 kg.



Γράψτε τον κανόνα για την εξάρτηση της μάζας ολόκληρης της κατασκευής από τον αριθμό των φιαλών που χρησιμοποιούνται

2

Ποια είναι η μάζα ολόκληρου του γλυπτού αν χρησιμοποιήσατε 215 μπουκάλια;

## Εργασία 2

Ο οδηγός ταξί χρεώνει 2 ευρώ για την είσοδο σε μια διαδρομή με ταξί. Στη συνέχεια χρεώνει 1,50 ευρώ για κάθε επιπλέον χιλιόμετρο.

1

Σχεδιάστε μια γραφική παράσταση της εξάρτησης μεταξύ της διανυθείσας απόστασης και του καταβληθέντος χρηματικού ποσού

2

Έχετε ακόμα 45 ευρώ στην κάρτα. Πόσο μακριά μπορεί να σας πάει ένας οδηγός ταξί με αυτά τα χρήματα;

---

## Τέλος της δραστηριότητας

ΕΞΟΔΟΣ