



Yhteenlaskun symmetriaa '

Johdanto

Vaihe 1 - motivointi

Vaihe 2 - tutkiminen

Vaihe 3 - vahvistaminen

Johdanto



#luokkahuoneaktiviteetti #tutkiva oppiminen #kokeellinen oppiminen #pelillinen oppiminen #simulaatio #ryhmätyö

Oppilaat ratkovat laskutehtäviä kuvamateriaalin ja liitteenä olevan materiaalien avulla

Oppimistavoitteet

- ymmärtävät, että laskutoimitukset tehdään aina yhtälön molemmin puolin
- ratkaista yhtälöitä
- käyttää oppimaansa arjen tilanteissa

TEHTÄVÄN KUVAUS

TEHTÄVÄN KUVAUS

Yhteys taiteeseen —

Symmetria on tuttua sekä matematiikasta että taiteesta '.



Yhteys opetussuunnitelmaan —

Yhtälöt ja epäyhtälöt/Ratkaise yhtälöt



Tarvikkeet —

- tietokone, jossa on internet-yhteys
- kynä
- A4-kokoinen paperiarkki
- tukevaa paperia tai pahvia
- liitteenä oleva tehtävämateriaali



Kesto —

45 minuuttia



Lähteet

- Kuva 1:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/60/The_Taj_Mahal_main_building.jpg/1280px-The_Taj_Mahal_main_building.jpg
- Kuva 2: Alenka Gerlovič: Floating, 1986, <https://nmmu.hr/wp-content/uploads/2019/09/Alenka-Gerlovic-Lebdenje-1024x450.jpg>
- Kuva 3: Raphael, The Marriage of the Virgin (around 1504),
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/06/Raffaello_-_Spozalizio_-_Web_Gallery_of_Art.jpg/800px-Raffaello_-_Spozalizio_-_Web_Gallery_of_Art.jpg
- Kuva 4: Joan Miro, Queen Louise of Prussia, 1929,
[https://wahooart.com/Art.nsf/O/8EWKZP/\\$File/Joan-Miro-Reina-Luisa-de-Prusia.JPG](https://wahooart.com/Art.nsf/O/8EWKZP/$File/Joan-Miro-Reina-Luisa-de-Prusia.JPG)
- Kuva 5: https://puntomariner.com/images/asymmetry-what-is-it-word_5.jpg
- Kuva 6: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 7: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 8: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 9: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 10: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 11: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 12: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 13: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 14: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 15: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 16: valokuva, Matjaž Bizilj, CC

- Kuva 17: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 18: valokuva, Matjaž Bizilj, CC
- Kuva 19: valokuva, Matjaž Bizilj, CC

Vaihde 1 - motivointi



Selitä oppilaille:

Taiteellinen ilmaisu tarkoittaa hahmojen ja esineiden muotojen mielekästä lajittelua. Tätä lajittelua kutsutaan myös kompositioksi, jossa elementit on sommiteltu yhtenäiseksi kokonaisuudeksi. ' Lisäksi sana koostumus tarkoittaa rakennetta.

' Kun käytämme taiteessa sanaa kompositio, tarkoitamme elementtien (piste, viiva, muoto, väri, juoni, valo/tumma, tila) järjestystä taiteilijan valitsemissa muodossa.

Kompositio eli sommittelu voi olla:

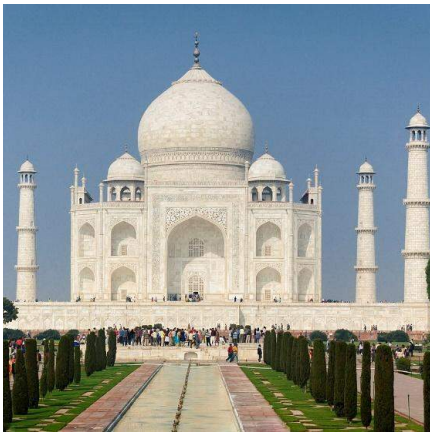
SYMMETRINEN

Symmetrisessä sommittelussa on tasapaino samankokoisten ja -painoisten muotojen välillä kuvitteellisen akselin molemmilla puolilla.

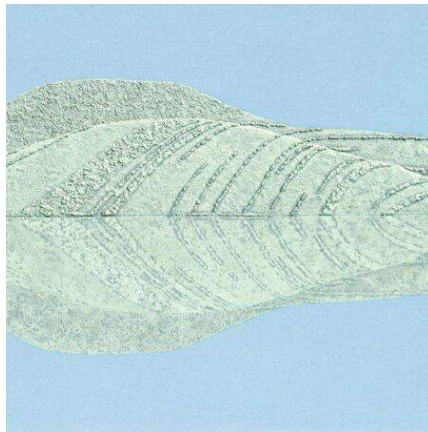
Akseli voi olla eri asennoissa.

Symmetriset kompositiot näyttävät liikkumattomilta, staattisilta ja selkeiltä.'

Näytä oppilaille seuraavat kuvat:



Kuva 1:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/6/60/The_Taj_Mahal_main_building.jpg/1280px-The_Taj_Mahal_main_building.jpg



Kuva 2: Alenka Gerlovič: Floating, 1986,
<https://nmmu.hr/wp-content/uploads/2019/09/Alenka-Gerlovic-Lebdenje-1024x450.jpg>



Kuva 3: Raphael, The Marriage of the Virgin (around 1504)

EPÄSYMMETRINEN

Epäsymmetrisessä sommittelussa taideteoksen elementit on aseteltu epätasaisesti mutta silti siten, että kokonaisuus on tasapainoinen. Epäsymmetrinen kompositio on usein eläväisempi ja dynaamisempi kuin yllätyksetön symmetrinen kompositio.



Kuva 4: Figure 4: Joan Miro,
Queen Louise of Prussia,
1929



Kuva 5:
https://puntomarinero.com/images/asymmetry-what-is-it-word_5.jpg

Arjen esimerkki

Selitä oppilaille:

Oppilaat selvittävät yhteenlaskun periaatteita. Oppilaat oppivat muotoilemaan lausekkeen tekstissä esitetyn arjen ongelman pohjalta.

Jo opitun tiedon vahvistaminen

Selitä oppilaille:

Yhtälö on kahden lausekkeen yhtälö, joista ainakin toinen sisältää tuntemattoman. Se on samalainen tilanne kuin taiteen symmetrinen sommittelu: tasapaino ilmenee molemmilla puolilla kuvitteellista akselia.

Matematiikassa tuo kuvitteellinen akseli on yhtäsuuruusmerkki. Sen molemmin puolin yhtälöiden arvojen on oltava samat.

Vaihe 2 - tutkiminen



OPPILAIKEN TEHTÄVÄT

1

Tehtävä 1

Anna oppilaille tehtäväksi leikata erivärisiä kortteja, joissa on numerot **1** ja **-1**, tuntemattomat **x** ja **-x**, sekä yhtäläisyysmerkki.



Kuva 6

2

Tehtävä 2

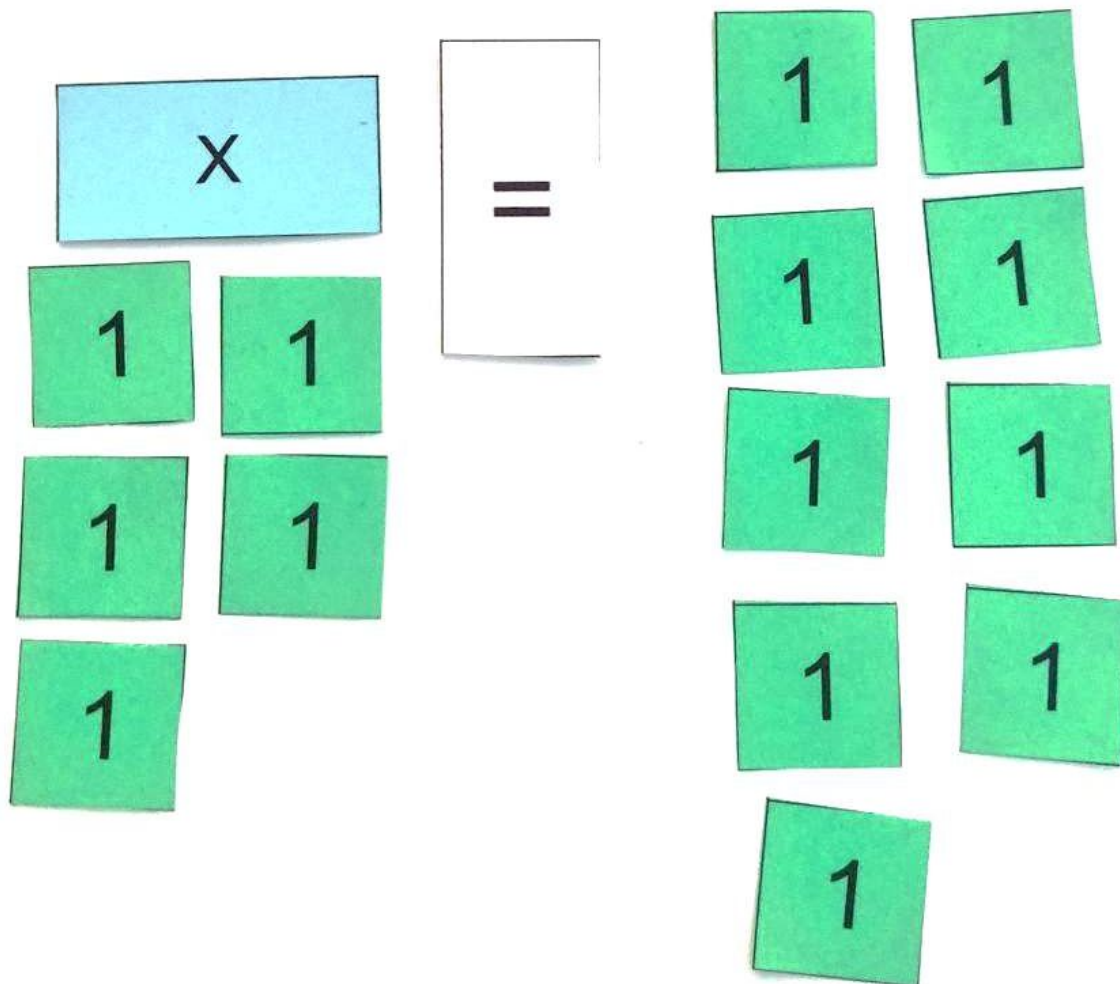
Pyydä oppilaita ratkaisemaan seuraava tehtävä:

$$x+5=9$$

Selitä oppilaille:

Aseta pöydän keskelle paperinpala, jossa on yhtäläisyysmerkki. Laita sitten yhtäläisyysmerkin vasemmalle puolelle paperinpala, jossa on x ja vielä viisi palaa, joissa kussakin numero 1. Laita seuraavaksi yhdeksän numerolla 1 merkittyä palaa yhtäläisyysmerkin oikealle puolelle. Lopuksi meillä on pöydälle paperipaloilla valmistettu yhtälö, jonka ratkaisemme:

$$x+5=9$$

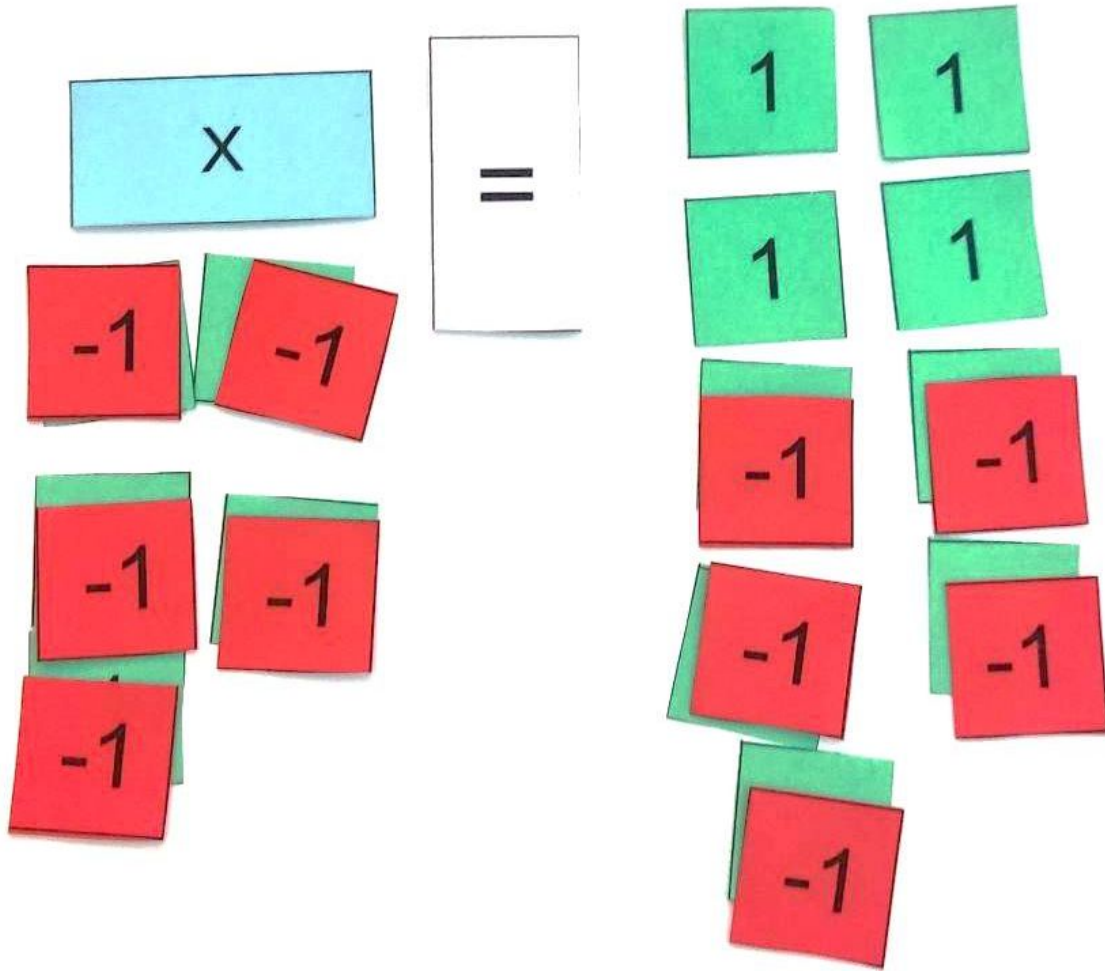


Kuva 7

Tehtävässä halutaan ratkaista yhtälön vasemmalla puolella olevan tuntemattoman x arvo. Tämä tehdään vähentämällä yhtälön vasemmalta puolelta kaikki tunnetut arvot. Muistuta, että kun yhtälön oikean tai vasemman puolen lausekkeeseen tehdään jokin muutos tai laskutoimitus, niin sama laskutoimitus tehdään myös aina yhtälön toisen puolen lausekkeeseen. Vähennetään seuraavaksi yhtälön vasemmanpuoleisesta $x+5$ lausekkeesta pois 5.

Tämä tehdään lisäämällä viisi kappaletta numeron -1 paperinpalaa. Nämä voi lisätä numeron 1 paperinpalojen päälle. Koska yhtälön molemmille puolille tulee tehdä aina sama muutos, niin vähennetään seuraavaksi yhtälön oikeanpuoleisesta lausekkeesta 9 pois 5. Tämä tehdään lisäämällä viisi kappaletta

numeron -1 paperinpala yhtälön oikealla puolella olevien numeron 1 paperipalojen päälle. Huomaa, että oikealle puolelle jää näkyviin sekä numeron -1, että numeron 1 paperipaloja.

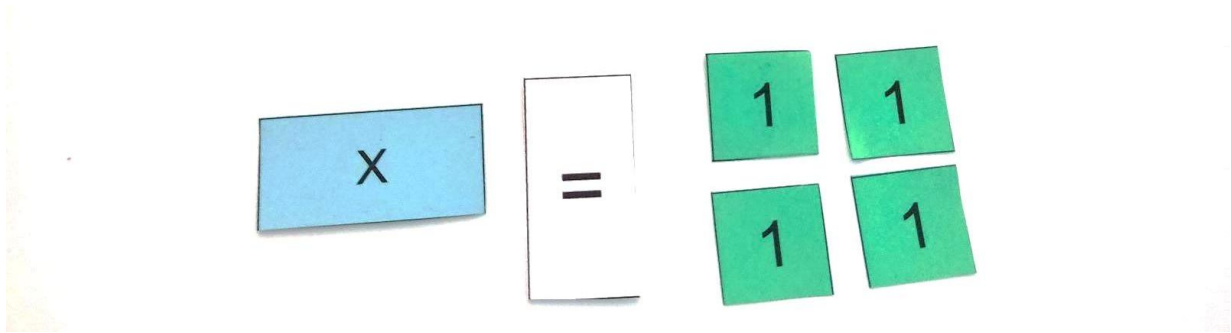


Kuva 8

Seuraavaksi oppilaat kirjoittavat tämän yhtälöön vähentämällä viisi yhtälön kummaltakin puolelta:

$$x+5-5=9-5$$

Kun kaikki päällekkäin olevat numeron 1 ja numeron -1 paperinpalat poistetaan, paljastuu:



Kuva 9

Tulokseksi saadaan:

$$x=4$$

Koko funktion voi kirjoittaa näin:

$$x+5=9$$

$$x+5-5=9-5$$

$$x=4$$

3

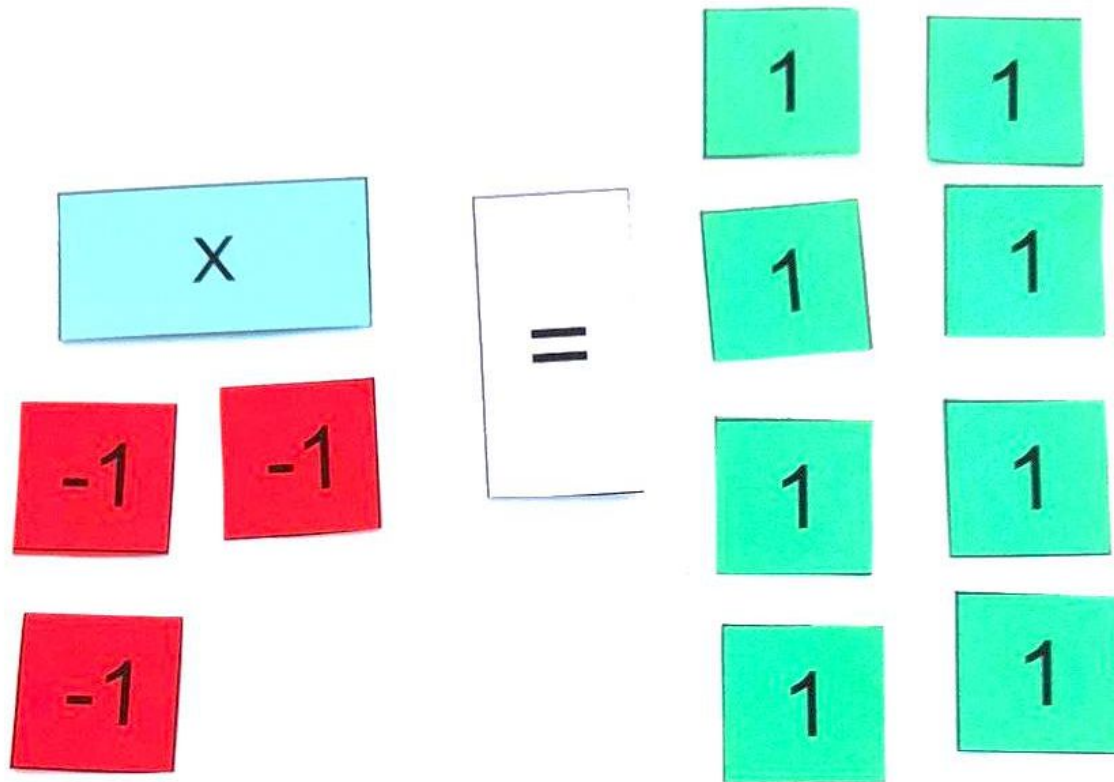
Tehtävä 3

Pyydä oppilaita ratkaisemaan seuraava laskutoimitus

$$x-3=8$$

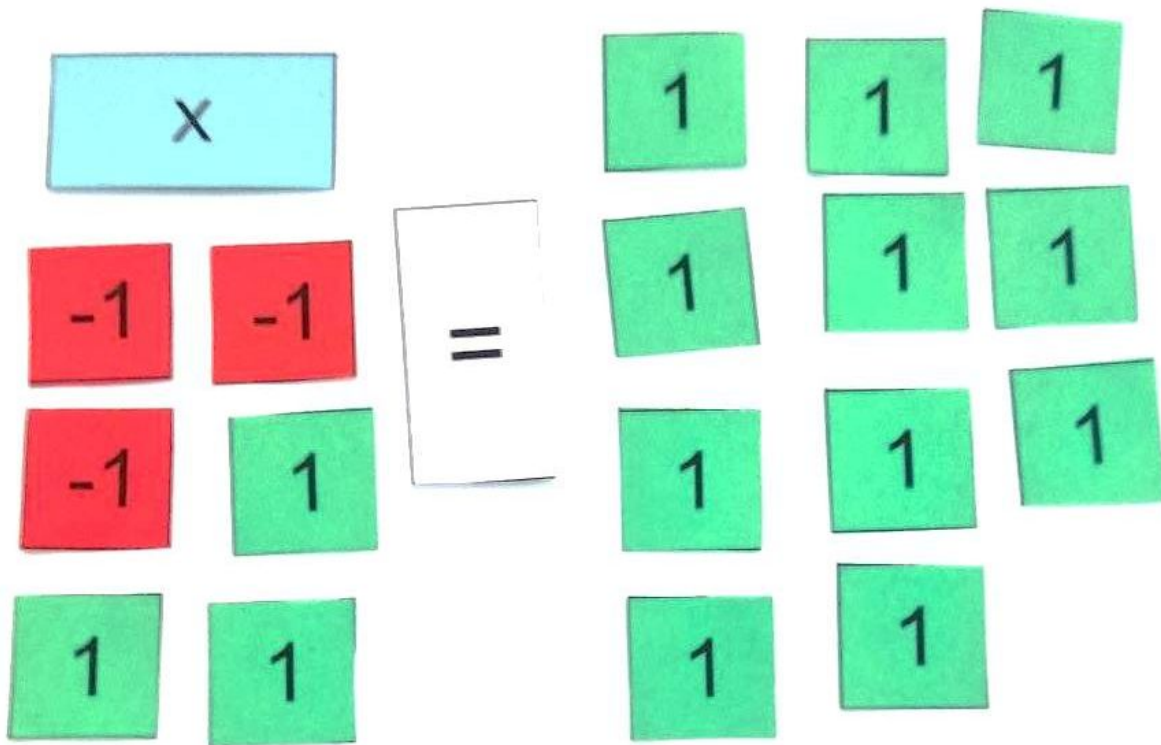
Selitä:

Aloittakaa kuten edellisessä tehtävässä. Kuitenkin paperinpaloja, joiden numero on 1, lisäät yhtälön vasemmalle puolelle paperia, jonka numero on -1. Yhtälön vasemmalla puolella on numero -3.



Kuva 10:

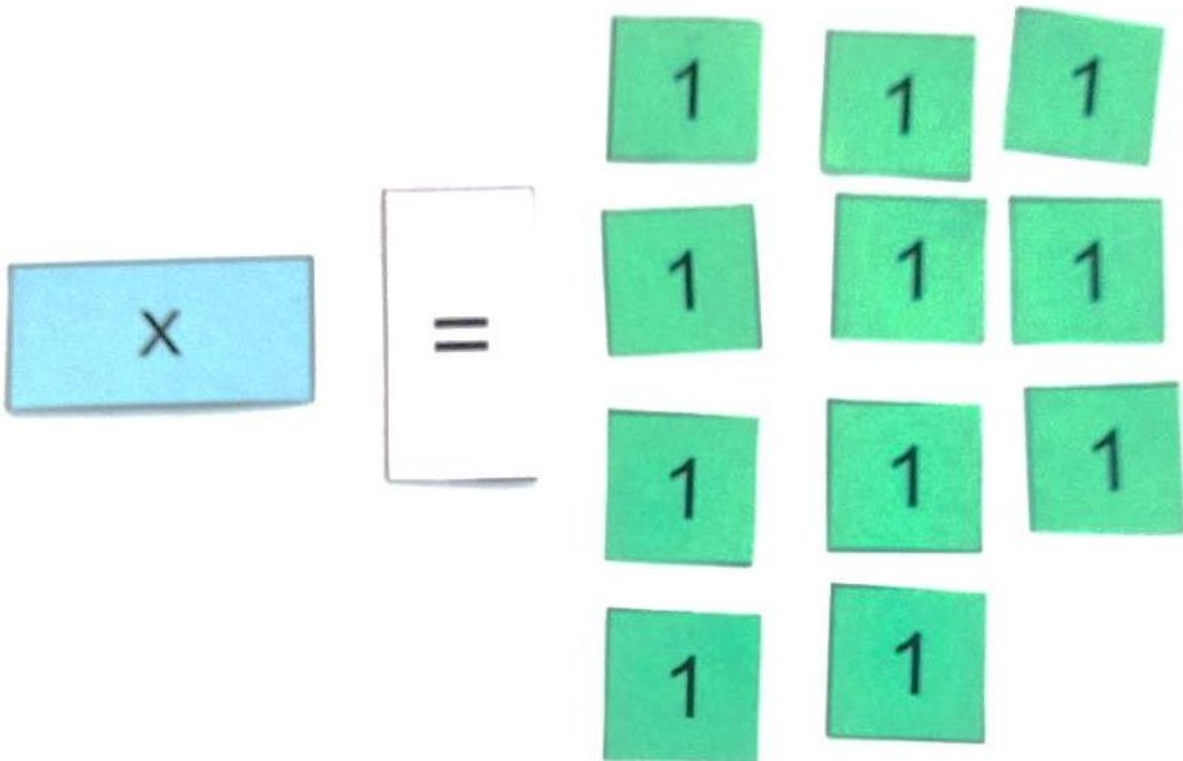
Voit ilmaista tuntemattoman x yhtälön vasemmalla puolella lisäämällä kolme paperiarkkia numerolla 1 tai lisäämällä numeron 3. Sitten teet saman yhtälön oikealla puolella.



Kuva 11

$$x-3+3=8+3$$

Poistat paperiarkit, joiden numerot 1 ja -1 ovat yhtälön vasemmalla puolella, koska ne kumoavat toisensa. Oikealla puolella on vain vihreitä paperilappuja, joissa on numero 1. Saat tuloksen laskemalla vihreät paperiarkit, joissa on numero 1.



Kuva 12

$$x=11$$

Koko funktio kirjoitetaan näin:

$$x-3=8$$

$$x-3+3=8+3$$

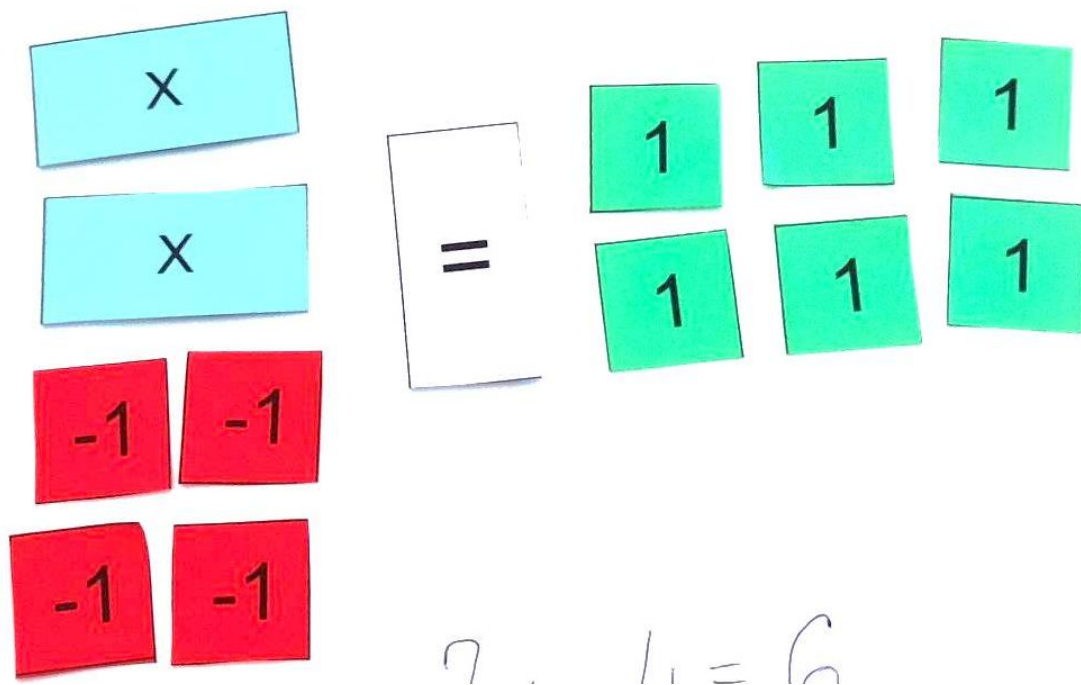
$$x=11$$

Tehtävä 4

Myös kertolaskuja sisältäviä yhtälöitä voi ratkaista näin. Anna oppilaille tehtäväksi ratkaista seuraava:

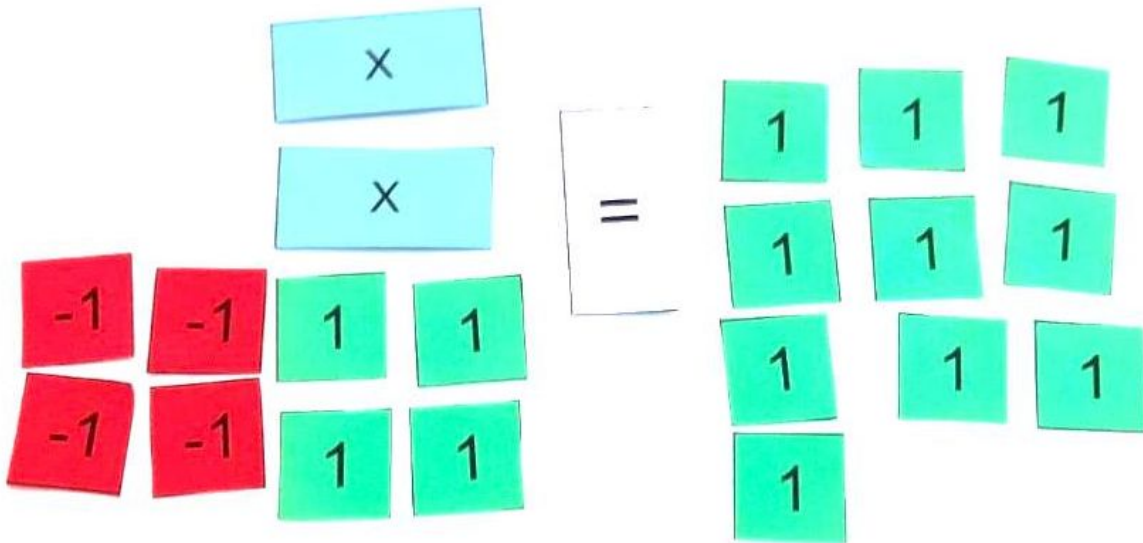
$$2x-4=6$$

Lisää paperinpalat kuten edellisissä tehtävissä. Tällä kertaa yhtälön vasemmalla puolella on tuntemattomana $2x$, joten sinne lisätään kaksi kappaletta merkin x paperinpalaa. '



Kuva 13

Seuraavaksi ilmaistaan $2x$ yhtälön vasemmalla puolella lisäämällä 4 yhtälön molemmille puolille.



Kuva 14

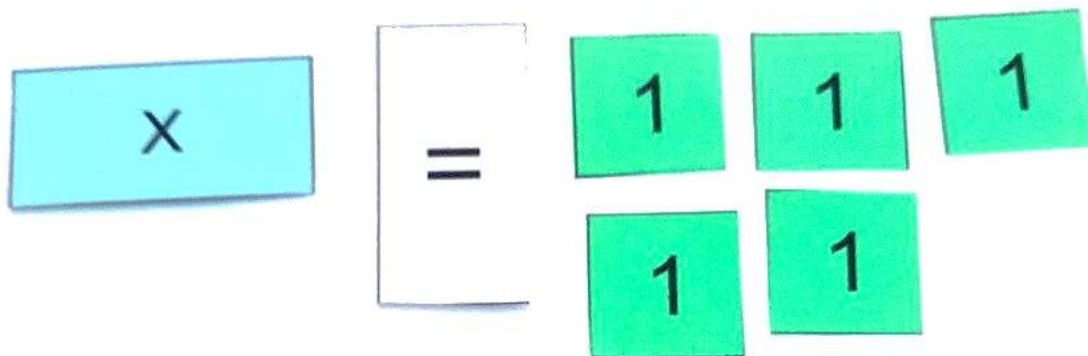
$$2x - 4 + 4 = 6 + 4$$

$$2x = 10$$

Seuraavaksi jaetaan.

Jaetaan paperiarkit, joissa on tuntematon x , ja arkit yhtälön oikealla puolella asettamalla ne yksitellen jokaiselle x :lle. Jos oli esimerkiksi kolme kerttia, joissa on x tai $3x$, ne jaetaan kolmeen osaan.

Tulokseksi saadaan



Kuva 15

$$x=5$$

Paperinpalojen jakaminen tarkoittaa jakolaskua. Jaetaan oikealla puolella olevat, numerolla 1 merkityt paperinpalat. Jaetaan niin monta kertaa kuin yhtälön vasemmalla puolella on tuntemattomia x:iä. Yhtälö kirjoitetaan näin:

$$2x=10$$

$$x=10\div 2$$

$$x=5$$

Tehtävä 5

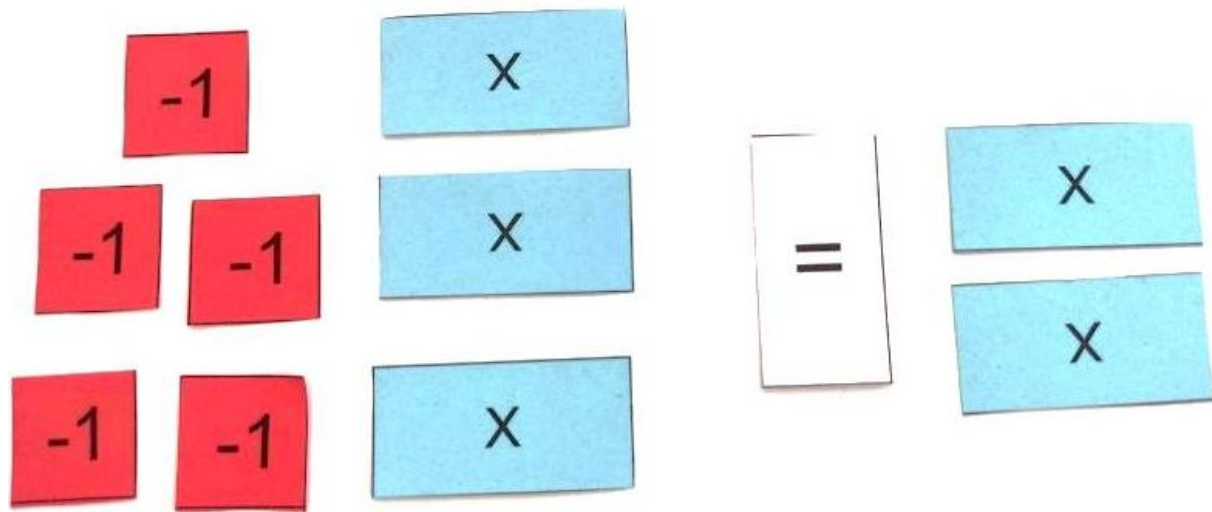
Anna oppilaille tehtävä:

Luku kolminkertaisena on viisi kertaa suurempi kuin sama luku kaksinkertaisena. Mikä on tuo luku?

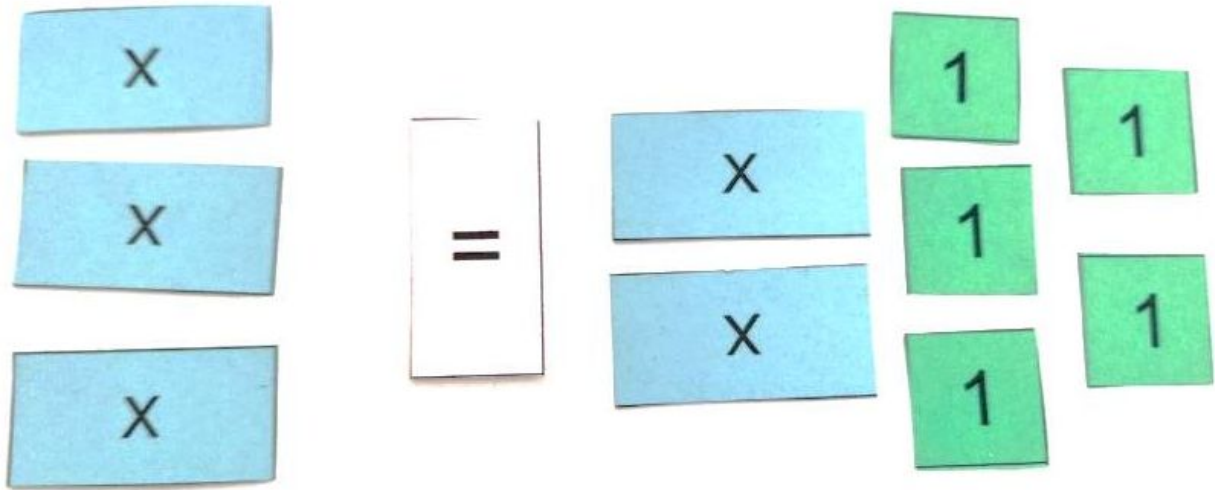
Selitä:

Selitä, että tuntematon luku merkitään x :llä. Tekstissä sanotaan, että yhtälön vasemmalla puolella on kolminkertainen luku eli $3x$ ja oikealla puolella on kaksinkertainen, eli $2x$.

Lisäksi tekstissä sanotaan, että luvun kolminkertainen on viisi kertaa suurempi kuin kaksinkertainen. Siksi on vähennettävä 5 vasemmalta puolelta (se, jossa on $3x$) tai lisättävä 5 oikealle puolelle (se, jossa on $2x$), jotta saadaan:

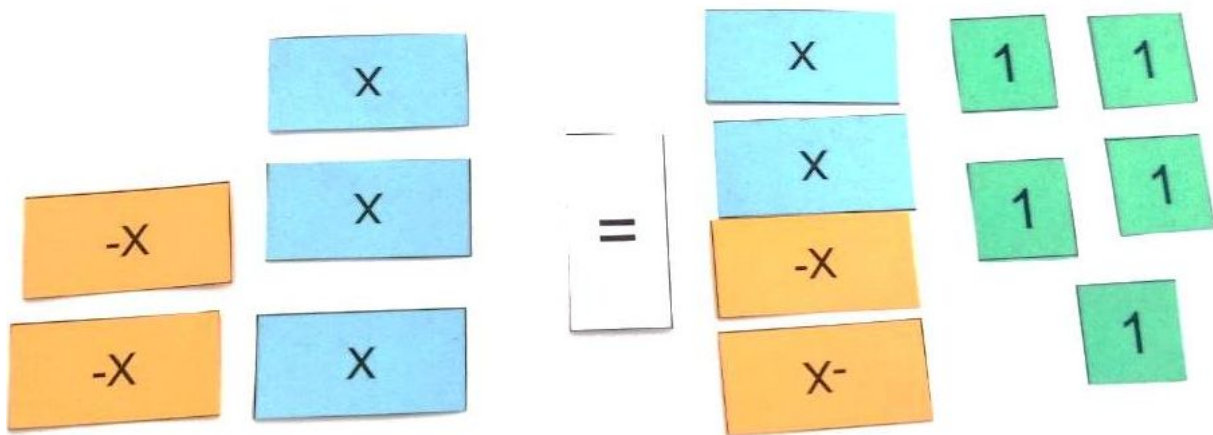


Kuva 16



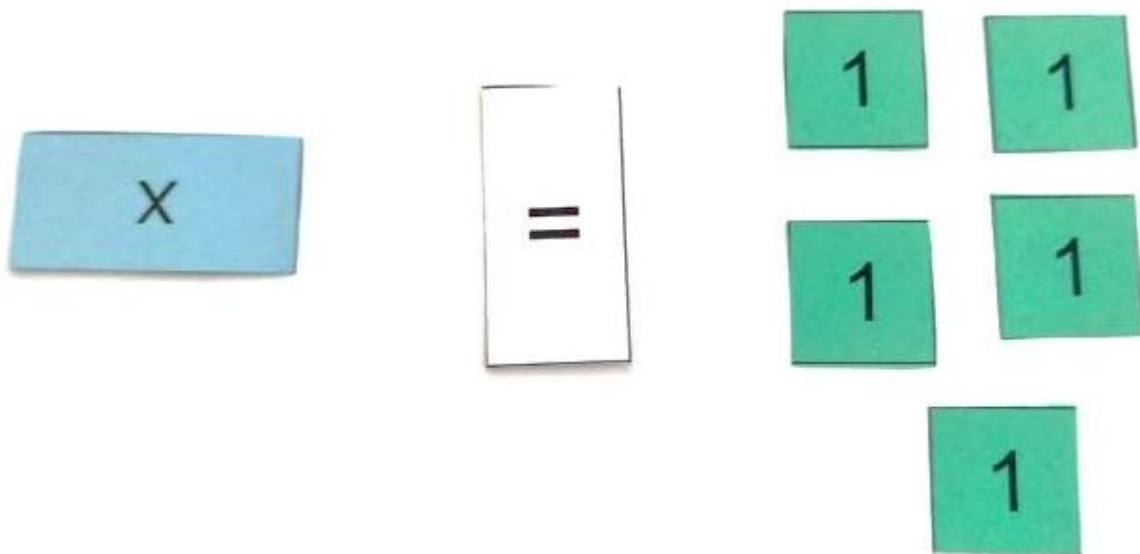
Kuva 17

Jos valitaan toinen vaihtoehto, niin yhtälön oikealle puolelle halutaan jäävän jäljelle vain vihreät numeron 1 paperinpalat. Tämä tehdään lisäämällä kaksi merkin -x paperinpalaa yhtälön molemmin puolin.



Kuva 18

Tuntemattomat x ja -x kumoavat toisensa, ja ratkaisu selviää:



Kuva 19

Yhtälö kirjoitetaan näin:

$$3x = 2x + 5$$

$$3x - 2x = 2x - 2x + 5$$

$$x = 5$$

Tehtävä 6 - yhteenveto

Selitä:

Selitä oppilaille, että yhtälöitä ratkaistaessa on huomioitava yhtäsuuruusmerkki. Yhtäsuuruusmerkki esittää vasemman puolen lausekkeen yhtäläisyyden oikeanpuoleisen lausekkeen kanssa. Jokainen yhtälön toisella puolella suoritettava matemaattinen operaatio (yhteen-, vähennys-, kerto- tai jakolasku) on suoritettava myös toisella puolella. Esimerkiksi luvun lisääminen tai vähentäminen vain toisella puolella olevaan lausekkeeseen muuttaisi yhtälön yhtäläisyyttä.

Vaihe 3 - vahvistaminen



Pyydä oppilaita ratkaisemaan seuraavat laskutoimitukset samoilla paperilapuilla, joissa on numerot 1 ja -1:

$x+3=7$
$x+6=13$
$2+x=11$

$x-5=8$
$x-2=7$
$x-5=5$

$3x-3=6$	$2x-8=8$
$4x+5=13$	$5x+1=6$
$5x-5=3x+3$	$2x+7=2-x$

Anna oppilaille tehtävä:

Maanviljelijä pöimi omenoita. Hän halusi laittaa ne puulaatikoihin. Ensin hän täytti seitsemän laatikkoa, mutta viimeinen laatikko jäi vajaaksi. Häneltä puuttui 3 kg omenoita. Kun hän yritti toisen kerran, hän täytti viisi puulaatikkoa, ja yli jäi 5 kg omenoita. Kuinka monta kiloa omenoita hän saattoi laittaa yhteen laatikkoon? Kuinka monta kiloa omenoita hänellä oli kaikkiaan?

Tehtävän loppu

POISTU