

Kuvien peilaamista

Yhteys taiteeseen

Maalaustaide
Piirroukset
Arkkitehtuuri
Rakennustaide

Yhteys opetussuunnitelmaan

[Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014](#): 7.-9.luokka matematiikka

Tarvikkeet

- Tietokone, jossa on internet-yhteys
- Harpeja
- Kyniä
- A4-paperia
- Viivoitin
- Värikyniä
- Saksia
- Pieni nelikulmainen peili

Kesto: 45 minuuttia

Tehtävän kuvaus

Oppilaat harjoittelevat piirtämisen perusteita peilaamalla viivan ja pisteen yli. He oppivat peilaamaan pistettä, viivaa, kulmaa ja merkkiä. He saavat kokemusta siitä, missä aihe näkyy arjessa.

Haastava kokonaisuus.

Oppisisältö

Tehtävän suorittamisen jälkeen oppilaiden pitäisi pystyä

- määrittelemään peilaamisen pisteen ja suoran yli

- käyttämään peilaamista, kun he pelaavat viivaa, pistettä, kulmaa tai merkkiä valitun viivan tai pisteen päälle
- tekemään yhteenvedon peilaamisen ominaisuuksista ja kirjoittamaan ne muistiin

Ohjeet

Vaihe 1 - motivointi

Kerro oppilaille, että peilaaminen on ilmiö, joka näkyy mm. arkkitehtuurissa. Kuvassa on katedraalin portti Linköpingistä Ruotsista. Portti on peilisyymmetrinen keskipilarin kanssa.



Kuva 1: Linköping Chatedral, foto: Miklavž Šef, Private collection, free for commercial use

Myös Frida Kahlo käytti usein peilaamista teoksissaan, erityisesti omakuvissaan. Frida Kahloa pidetään yhtenä Meksikon tärkeimpänä taiteilijana. Hän syntyi 1907 ja kuoli 1954. Kahlon töiden erityisyys on vahvoissa väreissä ja tylissä, joka sai vaikutteita Meksikon alkuperäiskansojen kulttuureista ja eurooppalaisista vaikutteista, kuten realismista, symbolismista ja surrealismista. Monet hänen teoksistaan ovat omakuvia, jotka ilmaisevat symbolisesti hänen tuskansa ja seksuaalisuuttaan.

Kahlon elämää leimasi auto-onnettomuus, jossa hän loukkaantui vakavasti. Kahlo joutui sairaalasta palattuaan käyttämään kipsiä koko kehossaan kolmen kuukauden ajan. Lievittääkseen kipua ja saadakseen aikansa kulumaan hän aloitti maalaamisen. "Maalaan itseni, koska olen usein yksin ja olen aihe, jonka tunnen parhaiten", hän sanoi.

Kahlon vanhemmat rohkaisivat häntä maalaamaan ja tekivät hänelle erityisen maalaustelineen, jotta hän voisi maalata sängyssä. Sängyn katokseen kiinnitettiin peili, jonka avulla omakuvia oli helpompi maalata. (<https://www.frida-kahlo-foundation.org>).



Kuva 2: Frida's room, foto: Barbara Klanšek, Private collection, free for commercial use

Alla on esimerkki lasimaalauksesta. Oppilaat saavat tehtäväkseen suunnitella oman symmetrisen lasimaalauksen.



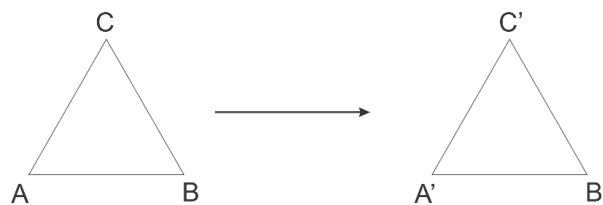
Kuva 3: Mandala, foto: Miklavž Šef, Private collection , free for commercial use

Selitä oppilaille, että peilaamisessa siirretään piste A pisteeseen A' tarkasti määritellyn säännön mukaan. Kirjoitettu kaava on

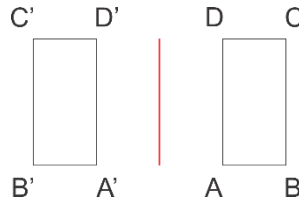
$$A \rightarrow A' \text{ tai } A' = f(A).$$

Geometrinen kuvaus eli transformaatio ilmaistaan geometrian eri osa-alueilla lähtöjoukon A ja maalijoukon A' välisenä riippuvuutena. Geometrisissa muunnoksissa puhutaan mittakaavan muutoksesta, peilauksesta ja rotaatiosta (kierrosta)

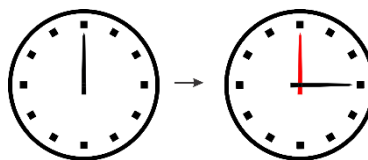
Siirto suoraa viivaa pitkin - alkuperäisen katsotaan olevan kuvassa siirtämällä alkuperäistä yhdensuuntaisesti valittuun suuntaan suoraa linjaa pitkin tietyn valitun pituuden verran.



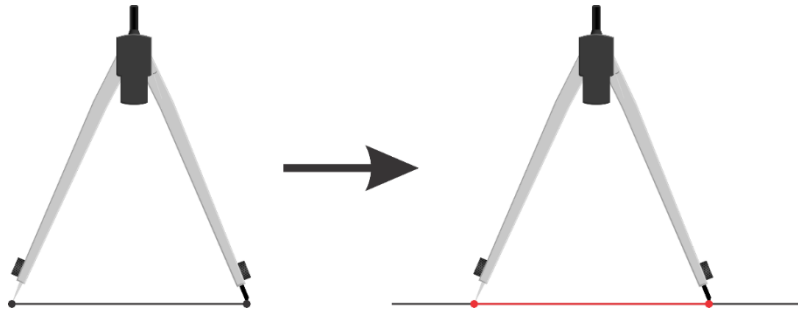
Peilaus viivan yli - peilaamme valitun merkin (kirjaimen) viivan poikki niin, että kuva on yhdenmukainen alkuperäisen kanssa ja sen suunta on päinvastainen. Alla se peilautuu punaisen viivan yli.



Kierto - alkuperäistä käännetään valitun pisteen ympäri ympyrän tietyn osan verran.



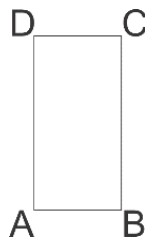
Seuraavaksi käytetään kahta harppia helpottamaan pituuksien siirtämistä geometriassa. Tämä tehdään mittaamalla ensin kahden mielivaltaisen pisteen välinen etäisyys. Sitten siirretään tämä etäisyys linjaan, jossa haluamme saada tarkan etäisyyden harpin tankojen välillä.



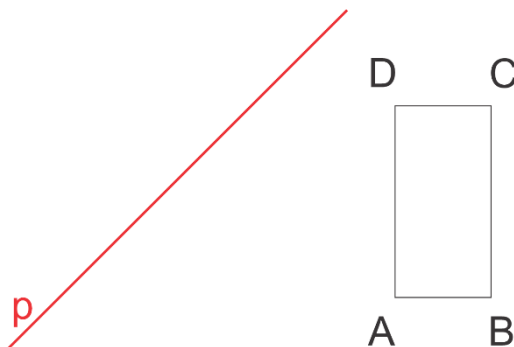
Vaihe 2 - tutkiminen

Tehtävä 1:

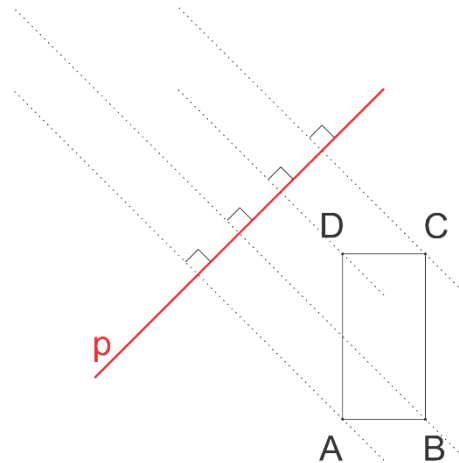
Selitä oppilaille, että ensin kokeillaan nelikulmion peilaamista. Piirrä nelikulmio, jonka sivut ovat 2 ja 4 senttimetriä ja merkitse se kuten alla.



Piirrä mikä tahansa viiva muutaman senttimetrin päässä nelikulmion vasemmalle puolelle ja anna sille nimi (p).



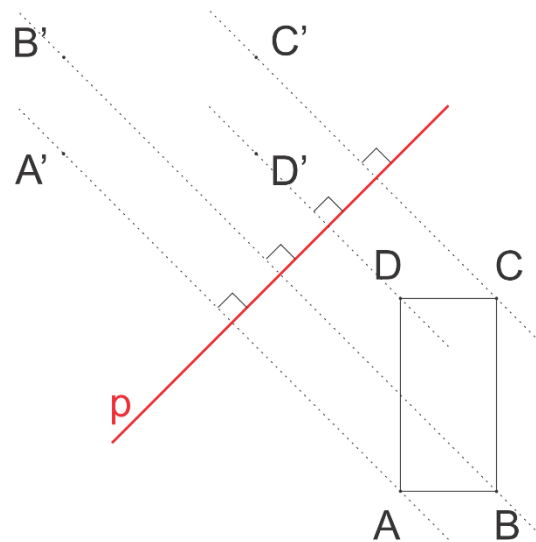
Piirrä neliön kärjen jokaisen pisteen kautta kohtisuora viiva suoralle p apuviivaksi peilausta varten.



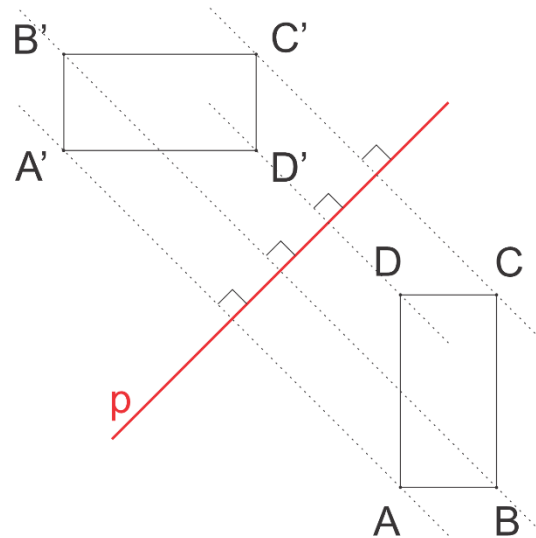
Mittaa etäisyys kärjen pisteestä suoraan ja siirrä etäisyys suoran p toiselle puolelle kohtisuoraa apuviivaa pitkin. Merkitse peilatut pisteet mitatulle etäisyydelle. Helpoin tapa siirtää viivoja on käyttää harppia.

Huippupisteet peilautuvat kuvassa viivan toiselle puolelle, joka on samalla etäisyydellä viivasta kuin itse kärki.

$A \rightarrow A'$, $B \rightarrow B'$, $C \rightarrow C'$ and $D \rightarrow D'$.



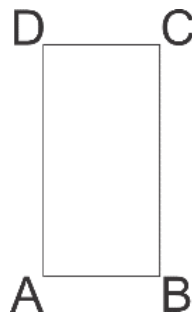
Yhdistä peilatut pisteet, niin saat peilatus nelikulmion viivan p yli.



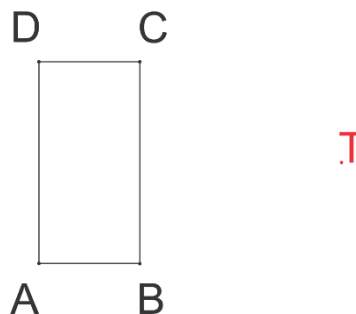
Nelikulmio säilytti kokonsa ja muotonsa, mutta pisteiden merkinnän suunta on käänteinen.

Tehtävä 2:

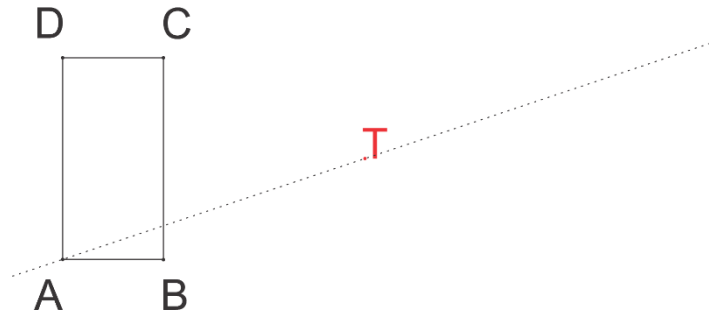
Selitä oppilaille, että seuraavaksi tarkastellaan peilausta suorakulmiossa, jotta peilauksen ymmärtäminen olisi helpompaa. Piirrä ensin suorakulmio, jonka mitat ovat 2 cm ja 4 cm, ja merkitse se kuten alla.



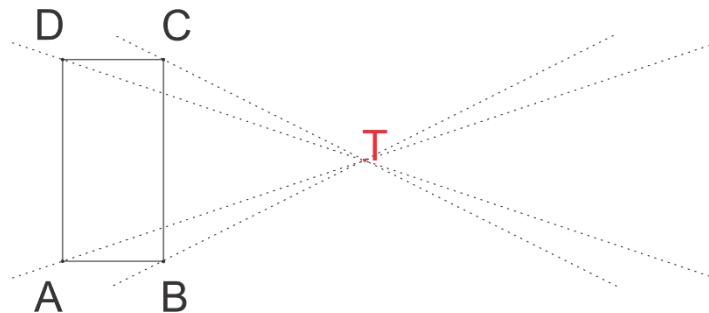
Piirrä piste T nelikulmion viereen.



Piirrä viiva kärjen valitun pisteen läpi ja pisteen T läpi apuviivaksi peilaustavarten.

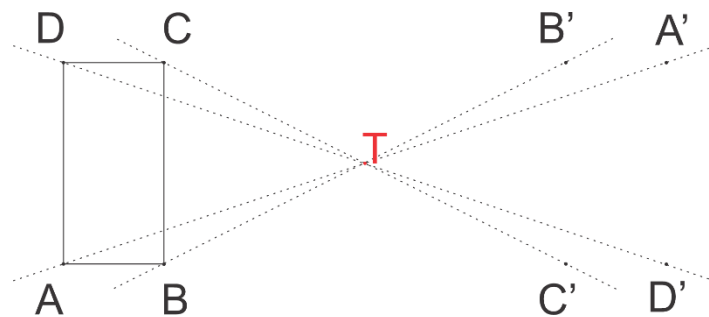


Tee sama kaikille kulmille.

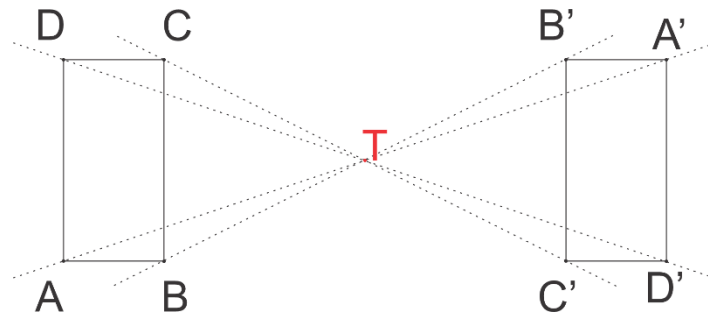


Mittaa etäisyys polttopisteistä pisteeseen T ja siirrä etäisyydet pisteen T toiselle puolelle apuviivoja pitkin. Merkitse lopuksi peilautuneet pisteet mitatulle etäisyydelle. Harppi helpottaa etäisyyden mittaamista. Huippupisteet peilautuvat kuvassaan viivan toiselle puolelle, joka on samalla etäisyydellä viivasta kuin itse kärki.

$A \rightarrow A'$, $B \rightarrow B'$, $C \rightarrow C'$ and $D \rightarrow D'$.



Yhdistä peilatut pisteet, ja saat pisteen T kautta heijastuneen kuvan.



Nelikulmio säilytti peilatussa pisteen suhteen kokonsa, muotonsa ja suuntansa, mutta kääntyi ylösalaisin.

Tehtävä 3:

Selitä oppilaille, että seuraavaksi tarkastellaan pisteen, viivan, kulman ja kirjaimen peilausta pisteen tai viivan yli.

Piirrä ensin mikä tahansa piste A paperille. Tämä pisteen peilataan pisteen T ja suoran p yli.

A

Piirrä piste T, jonka kautta peilataan piste A.

A

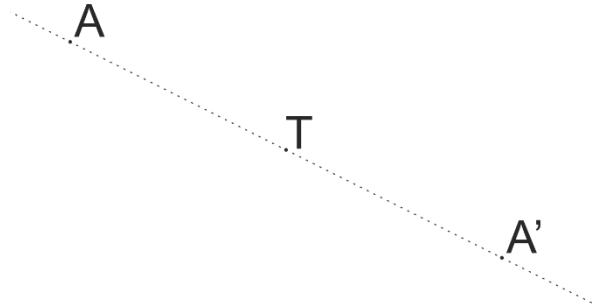
T

Piirrä pitkä apuviiva pisteiden A ja T kautta.

A

T

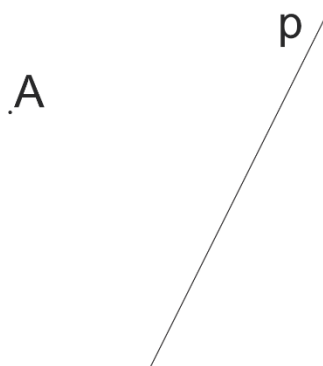
Mittaa peilausta varten etäisyys A:n ja T:n välillä ja siirrä etäisyys pisteen T toiselle puolelle. Tällä etäisyydellä on kuva pisteestä A, ja katsotaan, että A peilautuu A':ssa: $A \rightarrow A'$.



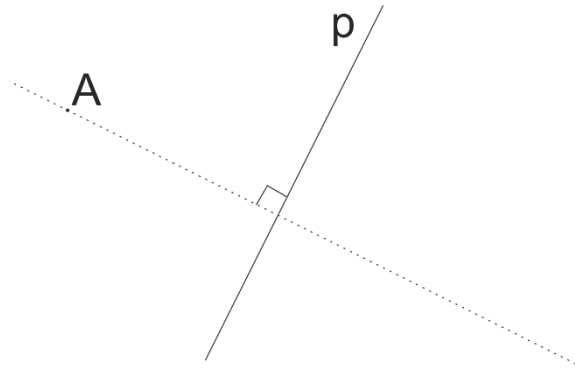
Piirrä viivan yli ensin piste A, jonka heijastat.

A

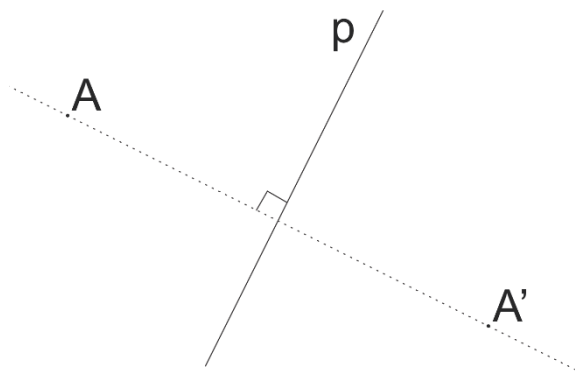
Piirrä pisteen A viereen viiva p, jonka yli peilaat pistettä A.



Piirrä apuviiva pisteen A läpi kohtisuoraan p:tä vastaan.

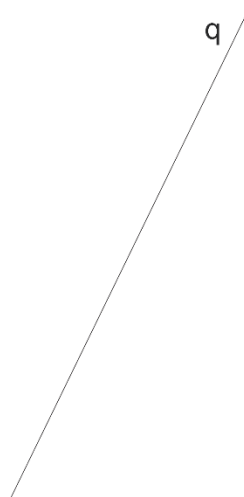


Peilataksesi, mittaa A:n ja suoran p välinen etäisyys ja siirrä etäisyys viivan p toiselle puolelle. Näin A on peilattu A':ssa, joka kirjoitetaan $A \rightarrow A'$.

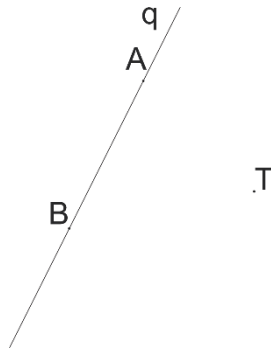


Peilaa suora p pisteen T kautta

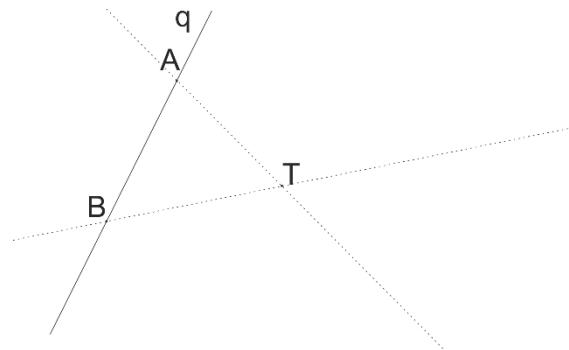
Piirrä mikä tahansa viiva q paperille. Peilaa tämä viiva pisteen T ja viivan p kautta.



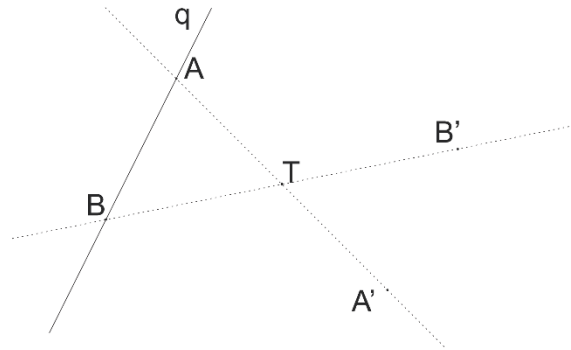
Piirrä nyt piste T, jonka yli peilaat suoran q. Valitse myös mitkä tahansa pisteet A ja B suoralta q. Vähintään kaksi pistettä määrittävät suoran, ja nämä kaksi pistettä peilautuvat ja määrittävät, missä suoran q kuva tulee olemaan.



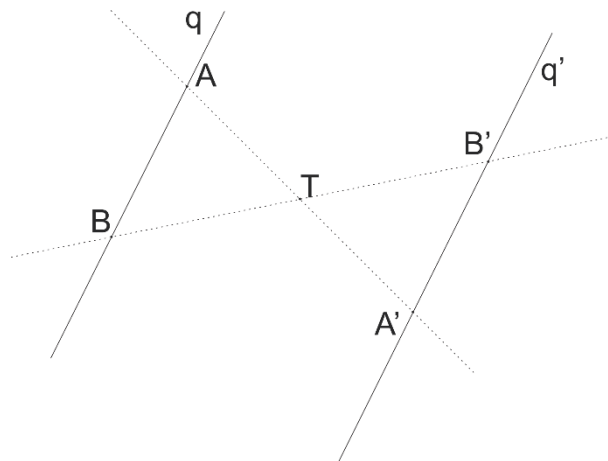
Piirrä pitkä apuviiva pisteiden A ja T kautta. Tee sama pisteiden B ja T kautta.



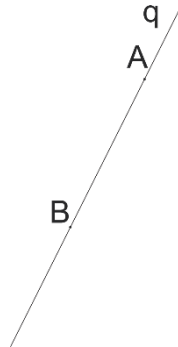
Mittaa A:n ja T:n välinen etäisyys ja siirrä etäisyys pisteen T toiselle puolelle. Pisteestä A on kuva, ja katsotaan, että A peilautuu A':sta. Kirjoitettu kaava on $A \rightarrow A'$. Tee sama pisteelle B. Mittaa B:n ja T:n välinen etäisyys ja siirrä etäisyys pisteen T toiselle puolelle. Tällä etäisyydellä on kuva pisteestä B, ja katsotaan, että B peilautuu pisteestä B'. Kirjoitettu kaava on $B \rightarrow B'$.



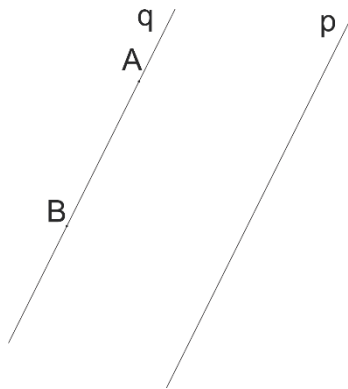
Piirrä viiva pisteiden A' ja B' kautta. Tämä on viivan q kuva. Oletetaan, että suora q peilautuu q':ssa, joka kirjoitetaan muodossa $q \rightarrow q'$. Voimme havaita, että suoraa q kierrettiin puoli kierrosta pisteen T ympäri.



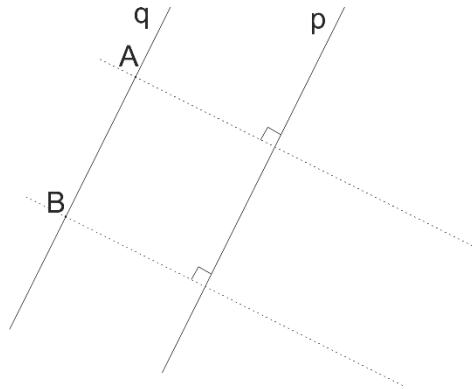
Peilataksesi viivan viivan yli, piirrä ensin heijastettava viiva q ja merkitse siihen pisteet A ja B. Vähintään kaksi pistettä määrittelee suoran. Nämä kaksi pistettä peilautuvat sen määrittämiseksi, missä suoran q peilaus tulee olemaan.



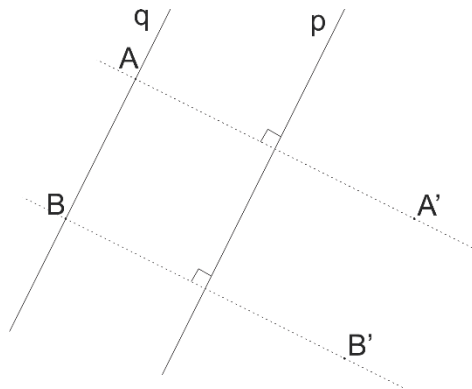
Piirrä viiva p pitkin viivaa q , jonka yli peilaat viivan q .



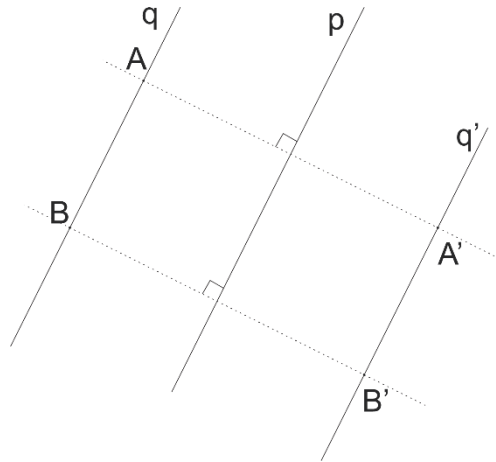
Piirrä apuviiva pisteen A läpi kohtisuoraan p:tä vastaan. Tee sama kohdan B kautta.



Mittaa A:n ja suoran p välinen etäisyys ja siirrä etäisyys viivan p toiselle puolelle. Tällä etäisyydellä on peilattu kuva pisteestä A ja katsotaan, että A peilautuu A':ssa, jonka kirjoitamme muodossa $A \rightarrow A'$. Sama tapahtuu pisteen B kanssa, jossa B peilautuu B':ksi, jonka kirjoitamme muodossa $B \rightarrow B'$.



Piirrä viiva pisteiden A' ja B' kautta. Tämä on peilauskuva viivasta q. Oletetaan, että suora q peilautuu q':ssa, joka kirjoitetaan muodossa $q \rightarrow q'$.

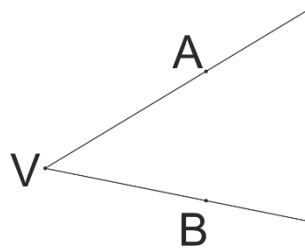


Task 4:

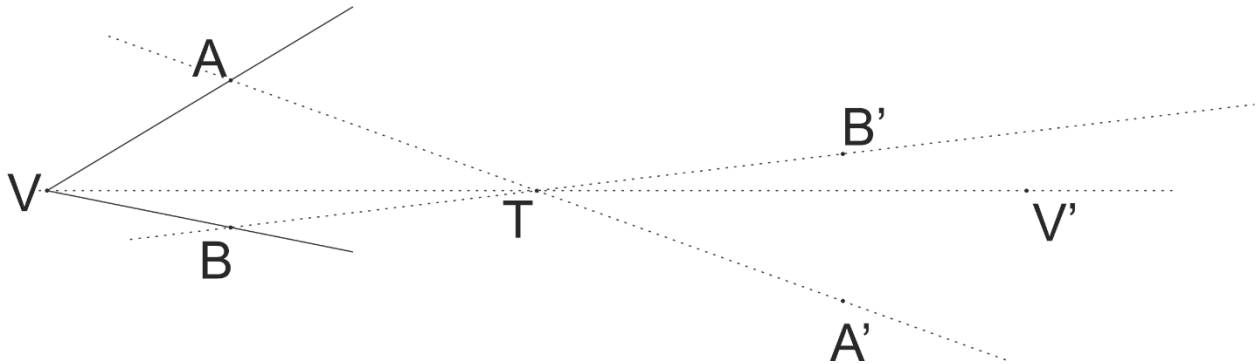
Selitä oppilaille, että tässä tehtävässä on kyse kulman peilauksesta suoran ja pisteen poikki.

Piirrä paperiarkille kulma α ja merkitse se. Kulma voidaan merkitä merkillä

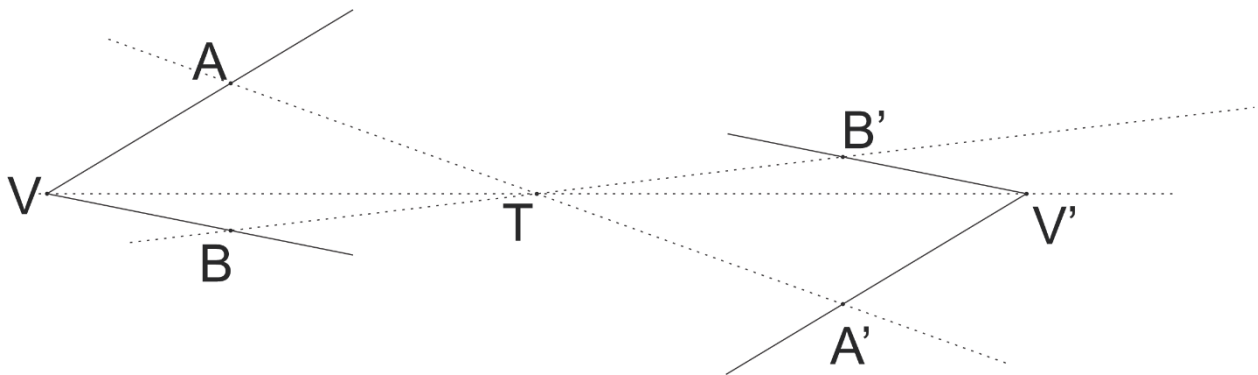
\sphericalangle tai \sphericalangle tai kuvissa nurinpäin olevalla V muodolla. Käytämme kulmamerkintää pisteillä peilaamiseen. Peilaat merkittyä kulmaa pisteen T yli.



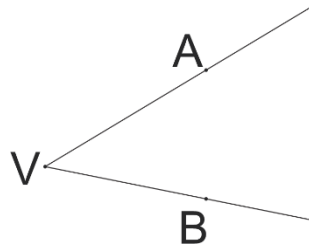
Käännä kaikki kolme merkittyä pistettä pisteen T yli.



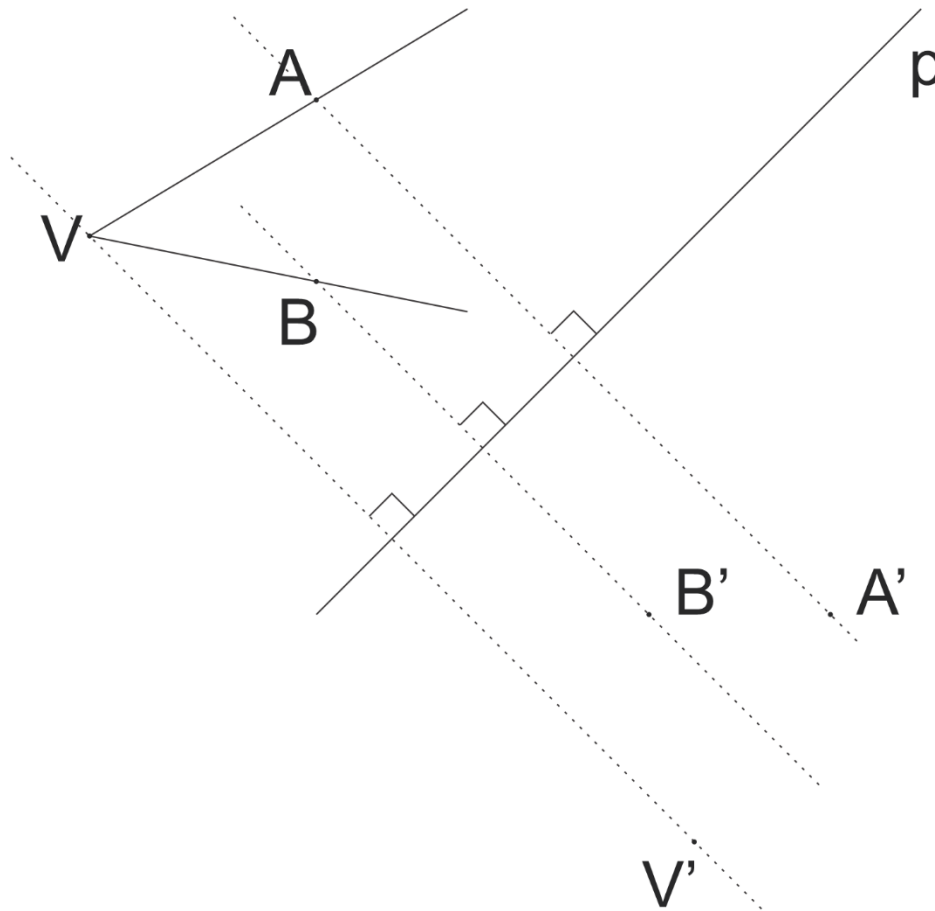
Piirrä puoliviivat pisteiden A' ja B' kautta kulman V heijastuneesta kärjestä. Näin saat peilatus kuvan kulmasta α . Oletetaan, että α peilautuu α' :ssä, jonka kirjoitamme muodossa $\alpha \rightarrow \alpha'$. Voimme havaita, että käänsimme kulmaa α puoli kierrosta pisteen T ympäri.



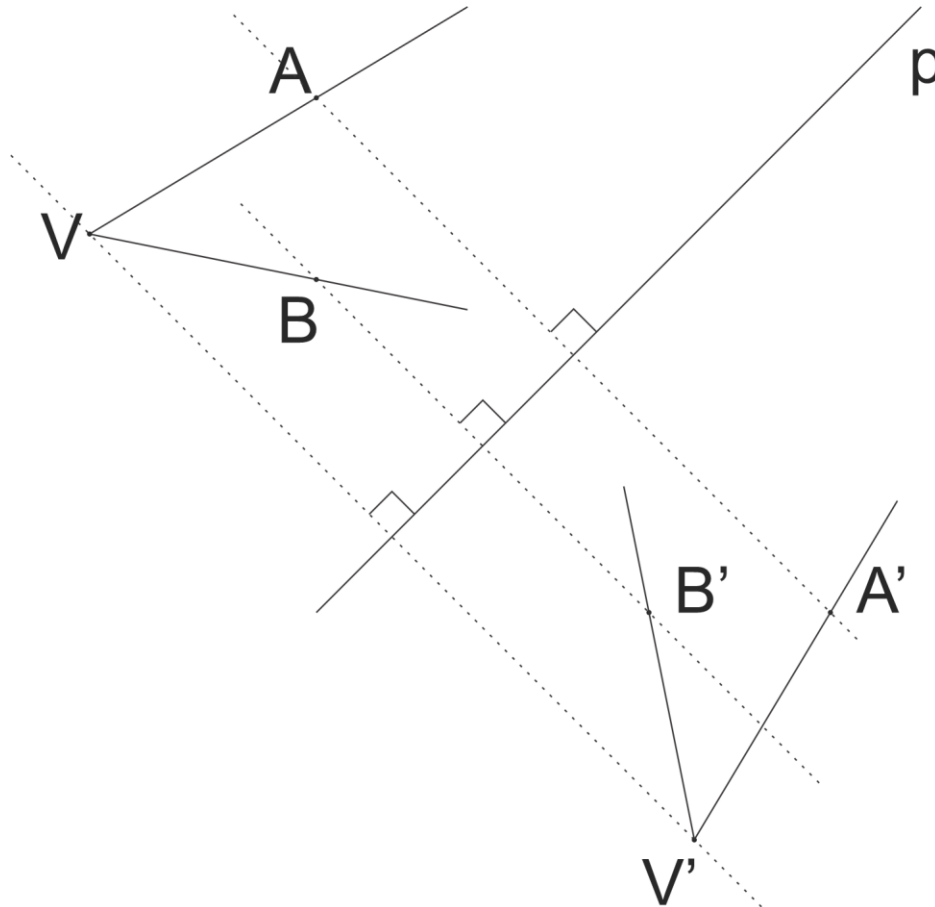
Peilataksesi kulman viivan poikki, piirrä kulma α , jonka peilaat ja merkitse se pisteillä. Sitten peilaa merkityn kulman viivan p yli.



Käännä kaikki kolme merkittyä pistettä viivan p yli.

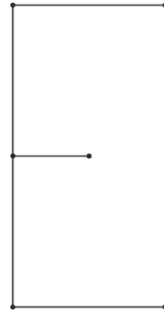


Piirrä puoliviivat pisteiden A' ja B' kautta kulman V' peilautusta kärjestä. Tämä antaa sinulle peilautuneen kuvan kulmasta α . Oletetaan, että α heijastuu α' :ssa, jonka kirjoitamme muodossa $\alpha \rightarrow \alpha'$. Voimme havaita, että kulman α kuva on alkuperäisen peilikuva.

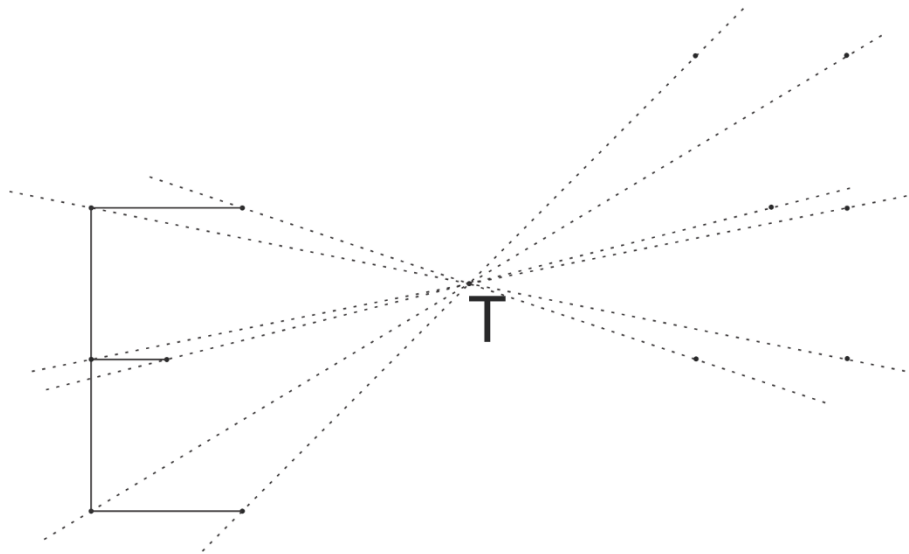


Tehtävä 5:

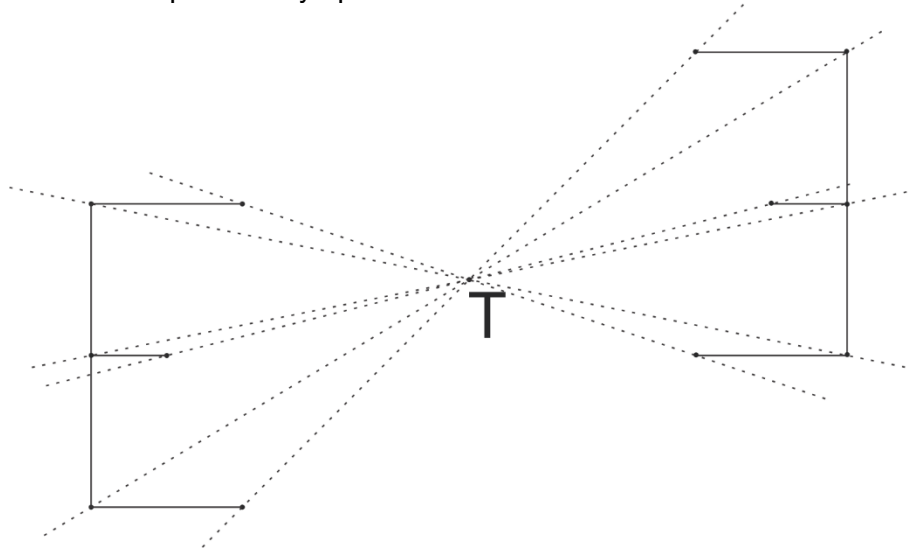
Selitä oppilaille, että tämä tehtävä koskee kirjaimen peilausta viivan ja pisteen yli.
Piirrä kirjain E. Merkitse piirrettyyn E-kirjaimeen leikkauspisteet ja viivojen loppu. Korostettu kirjain näkyy T-pisteen päällä. Pisteitä ei tällä kertaa tarvitse nimetä.



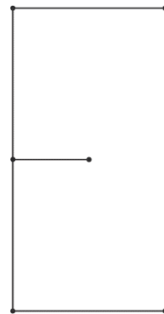
Peilaa kaikki merkityt pisteet pisteen T yli.



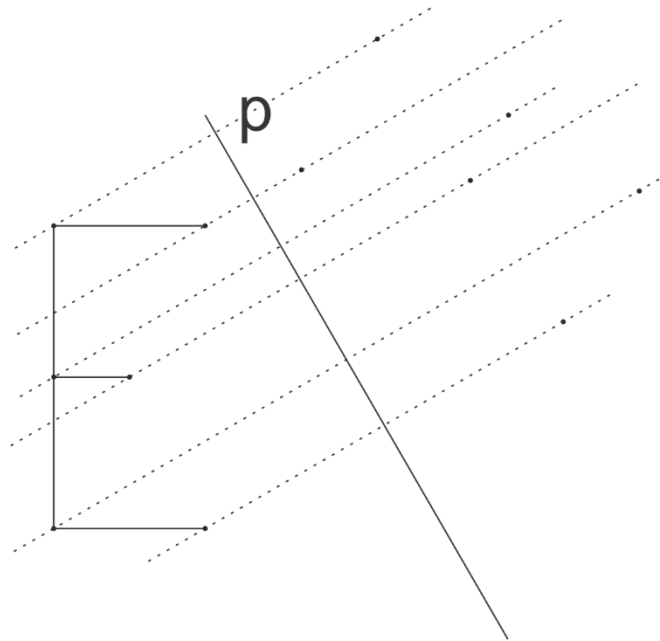
Yhdistä nyt peilautuneet pisteet pareittain. Tämä antaa peilautuneen kuvan kirjaimesta E. Katsotaan, että E peilautuu kirjaimeseen E', joka kirjoitetaan $E \rightarrow E'$. Näemme, että käänsimme kirjainta E puoli kierrosta pisteen T ympäri.



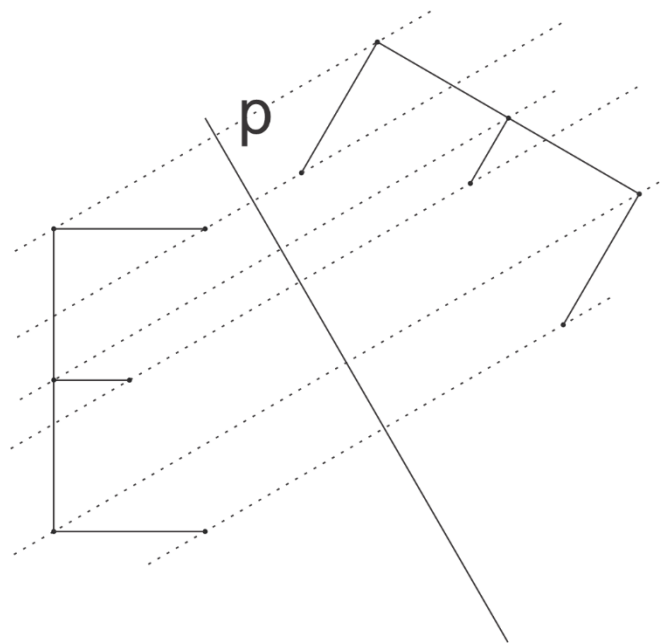
Ensin, kun haluat peilata kirjaimen suoran viivan yli, piirrä kirjain E. Merkitse sitten piirrettyyn kirjaimeseen E viivojen leikkauspisteet ja päät. Peilaat merkityn kirjaimen rivin p yli.



Käännä kaikki merkityt kohdat viivan p yli.



Yhdistä peilatut pisteet pareittain. Tämä antaa peilautuneen kuvan kirjaimesta E. Katsotaan, että E peilautuu kirjaimeseen E', joka kirjoitetaan $E \rightarrow E'$. Siksi voimme nähdä, että E-kirjaimen kuva on alkuperäisen peilikuva.



Kertaa lopuksi oppilaiden kanssa, että kun peilaus tapahtuu suoralla viivalla, alkuperäisen kuvan katsotaan säilyttävän kokonsa ja muotonsa. Toisaalta alkuperäisen suunta (pisteiden suunta) on päinvastainen.

Kun peilataan pistettä, alkuperäisen kuvan katsotaan säilyttävän kokonsa, muotonsa ja suuntansa. Tässä tapauksessa kuva kääntyi ylösalaisin. Peilaus pisteen yli on sama kuin pyöriminen puoli kierrosta.

Vaihe 3 - vahvistaminen ja arviointi

Anna oppilaille tehtäväksi leikata paperista lasimaalauksen kuvio. Neuvo heitä ensin ottamaan paperiarkki ja taittamaan se useaan kertaan.



Kuva 4: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection, free for commercial use

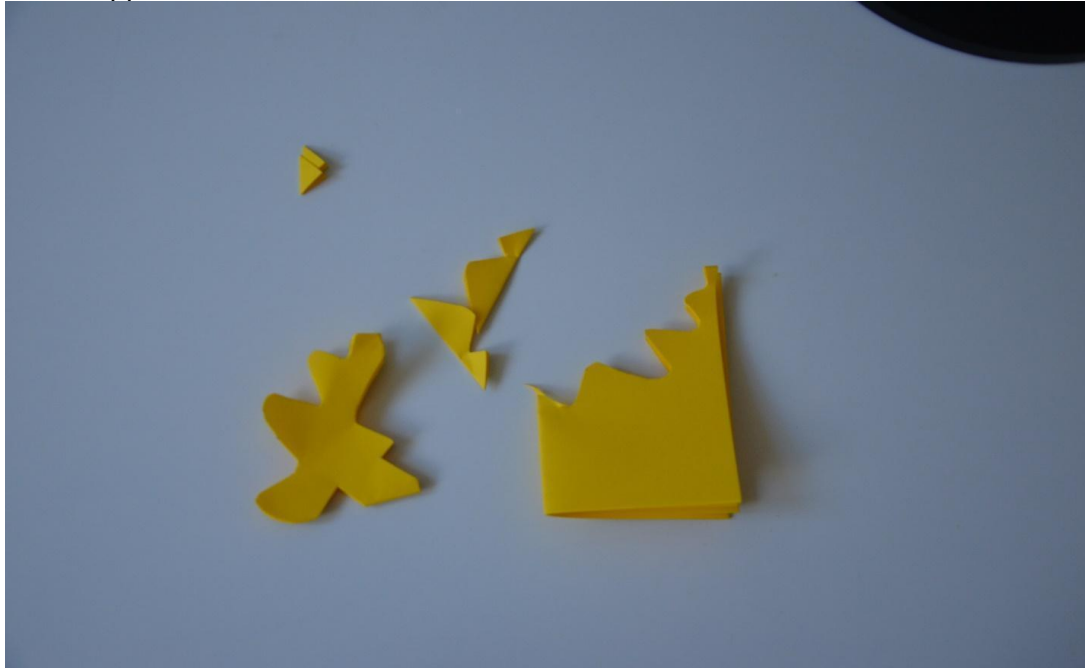


Kuva 5: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection, free for commercial use



Kuva 6: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection, free for commercial use

Seuraavaksi oppilaat leikkaavat kuvioaiheen.



Kuva 7: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection, free for commercial use

Taiteltu

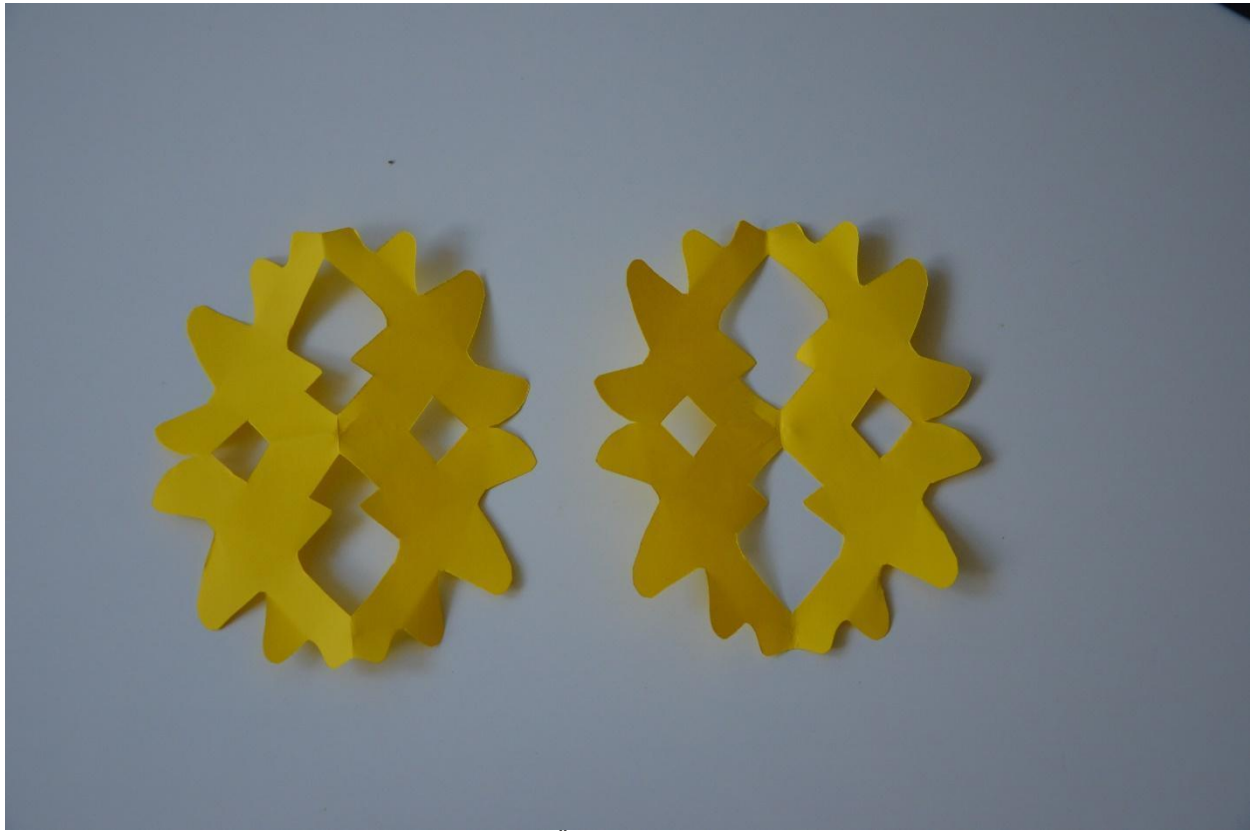
paperiarkki

avataan.



Kuva 8: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection, free for commercial use

Pyydä oppilaita selittämään, millainen peilauson kyseessä. Muuntuiko kuvio?



Kuva 9: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection, free for commercial use

Lähteet

Kuvalähteet:

Vector sketches are free for commercial use.

Kuva 1: Linköping Chatedral, foto: Miklavž Šef, Private collection, free for commercial use	1
Kuva 2: Linköping Chatedral, foto: Miklavž Šef, Private collection	3
Kuva 3: Frida's room, foto: Barbara Klanšek, Private collection , free for commercial use	4
Kuva 4: Mandala, foto: Miklavž Šef, Private collection , free for commercial use	5
Kuva 5: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection , free for commercial use	23
Kuva 6: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection , free for commercial use	24
Kuva 7: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection , free for commercial use	25
Kuva 8: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection , free for commercial use	25
Kuva 9: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection , free for commercial use	26
Kuva 10: Paper fold, foto: Miklavž Šef, Private collection , free for commercial use	27

Tunnisteet

- Luokkahuoneaktiviteetti





Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



- Tutkiva oppiminen
- Kokeellinen oppiminen
- Pelillinen oppiminen
- Simulaatio

