

# Μαθηματικά πίσω από την αφηρημένη τέχνη

## Σύνδεση με τέχνη

Τα γραφήματα συναρτήσεων είναι πάντα κάποιες γραμμές που καθορίζουν τον τύπο μιας συγκεκριμένης συνάρτησης. Οι γραμμές είναι επίσης ένα διαδομένο στοιχείο στα έργα τέχνης, που παρατηρείται σημαντικά συχνά στην αφηρημένη τέχνη.

## Σύνδεση με αναλυτικό πρόγραμμα

Συναρτήσεις/ Σύνθεση πίνακα και σχεδιασμός γραφικής παράστασης με μεταβλητές

Β΄ Γυμνασίου, Ενότητα 5: <https://mathm.schools.ac.cy/index.php/el/mathimatika/analytiko-programma>

## Εξοπλισμός/ υλικό

- υπολογιστή συνδεδεμένο στο Διαδίκτυο,
- στυλό,
- κραγιόνια,
- φύλλο χαρτί,
- χάρακα
- χαρτί γραφικών παραστάσεων.

**Διάρκεια:** 45 λεπτά

## Περιγραφή δραστηριότητας

Τα γραφήματα συναρτήσεων είναι πολύ διαφορετικά. Στο δημοτικό σχολείο, οι γραφικές παραστάσεις είναι συνήθως ευθείες γραμμές. Κάθε συνάρτηση έχει τους δικούς της κανόνες για τη σχεδίαση μιας γραφικής παράστασης, αλλά αν δεν τους γνωρίζουμε, μπορούμε να βοηθήσουμε τους εαυτούς μας διαφορετικά. Για παράδειγμα, μπορούμε πάντα να φτιάξουμε έναν πίνακα τιμών για έναν συγκεκριμένο συναρτησιακό κανονισμό, με τη βοήθεια του οποίου μπορούμε να σχεδιάσουμε μια γραφική παράσταση.

Κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων που σχετίζονται με την αφηρημένη τέχνη, οι μαθητές θα γνωρίσουν μια ευέλικτη μέθοδο με την οποία μπορούν να σχεδιάσουν μια γραφική παράσταση οποιασδήποτε συνάρτησης. Στη συνέχεια, θα χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις τους για να δημιουργήσουν αφηρημένα έργα τέχνης.

## Μαθησιακοί στόχοι

Με την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων, οι μαθητές θα πρέπει να είναι σε θέση:

- να μάθουν για τον πίνακα τιμών συναρτήσεων, με τη βοήθεια του οποίου μπορούν να σχεδιάσουν οποιαδήποτε γραφική παράσταση.

- να χρησιμοποιούν τις γνώσεις από τον πίνακα τιμών, για να δημιουργήσουν ένα αφηρημένο έργο τέχνης.

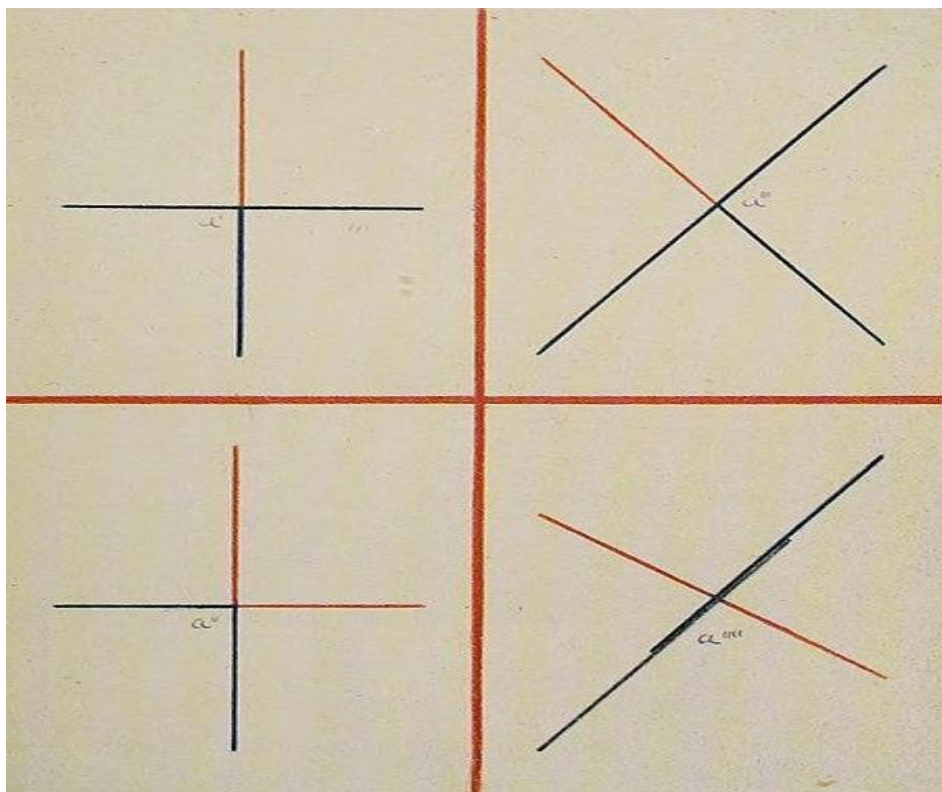
## Οδηγίες

### Στάδιο 1 - Αφόρμηση

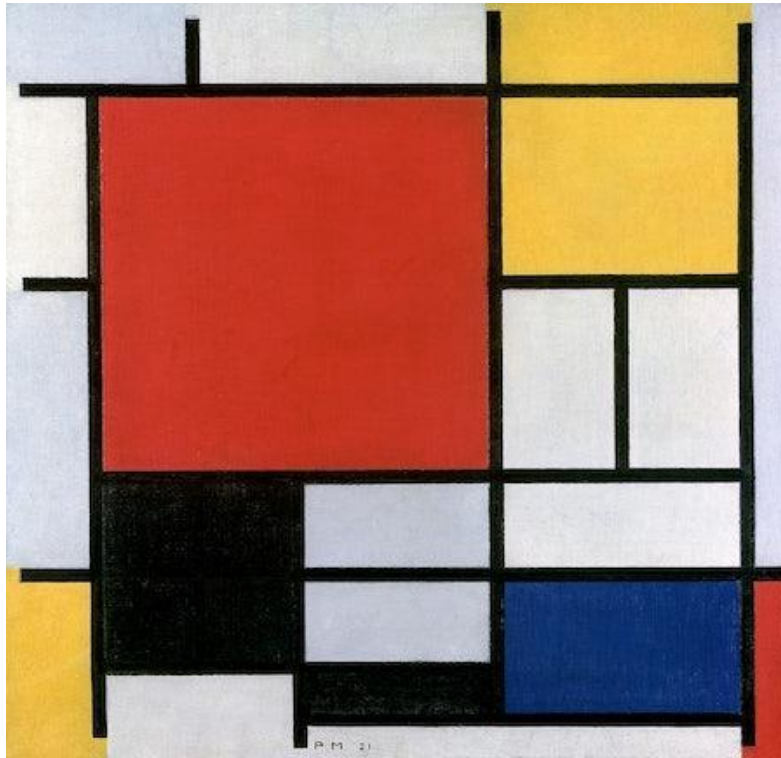
Εξηγήστε στους μαθητές:

Στα μαθηματικά, η γραμμή έχει τεράστια σημασία: Θέλουμε να περιορίσουμε περισσότερα σε μια γραμμή, μια ημιευθεία, μια ευθεία γραμμή ή μια καμπύλη. Ωστόσο, κάθε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης είναι επίσης μια γραμμή. Μερικές φορές, είναι μια ευθεία γραμμή, αλλά μπορεί να είναι και καμπύλη.

Στην τέχνη, πάντως, η γραμμή είναι ένα από τα επτά στοιχεία που χρησιμοποιούνται κυρίως στη ζωγραφική και το σχέδιο. Στο δημοτικό σχολείο, εστιάζουμε στις ευθείες γραμμές στα μαθηματικά, αλλά δεν είναι τόσο συνηθισμένες στις τέχνες. Ωστόσο, οι ευθείες γραμμές ξεχωρίζουν και είναι πιο αισθητές στα αφηρημένα έργα. Τα αφηρημένα έργα τέχνης έγιναν πιο συνηθισμένα τον 20ό αιώνα και οι καλλιτέχνες που τα δημιούργησαν χρησιμοποίησαν την τεχνολογία, τα μαθηματικά και την επιστήμη ως έμπνευση.



Εικόνα 1: Kārlis Johansons 1921 Γραφική αναπαράσταση μιας κατασκευής, πηγή:  
[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/38/K%C4%81rlis\\_Johansons\\_1921\\_Graphic\\_Representation\\_of\\_a\\_Construction.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/38/K%C4%81rlis_Johansons_1921_Graphic_Representation_of_a_Construction.jpg), ελεύθερο στη χρήση



Εικόνα 2: Σύνθεση με μεγάλο κόκκινο επίπεδο, κίτρινο, μαύρο, γκρι και μπλε, (1921), συγγραφέας: Piet Mondrian  
πηγή: <https://study.com/learn/lesson/abstract-vs-representational-art-concepts-differences-examples.html>  
ελεύθερο στη χρήση

Εξηγήστε στους μαθητές:

Αυτές οι γραμμές και τα ευθύγραμμα τμήματα αντιπροσωπεύουν μια γραφική παράσταση της συνάρτησης ή μόνο ένα μέρος της, αν τοποθετηθούν στο σύστημα συντεταγμένων. Αυτό σημαίνει ότι θα μπορούσατε να συνθέσετε το αφηρημένο έργο σας από διάφορες συναρτήσεις.

Ρωτήστε τους μαθητές:

*Ωστόσο, πώς θα σχεδιάσετε μια γραφική παράσταση τέτοιων συναρτήσεων;*

*Μπορούμε επίσης να σχεδιάσουμε μια γραφική παράσταση*

*κάποιας συνάρτησης χωρίς γραμμή;*

### **Πρόβλημα (εργασία)**

Πείτε στους μαθητές:

Θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα αφηρημένο έργο που σχετίζεται με τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων. Έχουμε κάποιους κανόνες συναρτήσεων, και θα ζωγραφίσουμε τα γεωμετρικά σχήματα που προκύπτουν στο εσωτερικό τους, για να έχουμε μια ενδιαφέρουσα εικόνα.

$$y_1 = 1.5$$

$$y_2 = 3x$$

$$y_3 = 2x + 2$$

$$y_4 = \frac{x}{2} - 1$$

$$y_5 = x^2 - 3$$

*Πώς πρέπει να σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις αυτών των συναρτήσεων  
και ποιο θα είναι το τελικό σχέδιο;*

### Εμπέδωση προϋπάρχουσας γνώσης

Ζητήστε από τους μαθητές να σχεδιάσουν ένα σύστημα συντεταγμένων και να σημειώσουν τα μέρη του. Πρέπει να σχεδιάσουν τα ακόλουθα σημεία:  $A(3, -2)$ ,  $B(-1, 4)$  and  $C(-1.5, 2.5)$ .

### Στάδιο 2 - Διερεύνηση

#### **Εργασία 1**

Εξηγήστε:

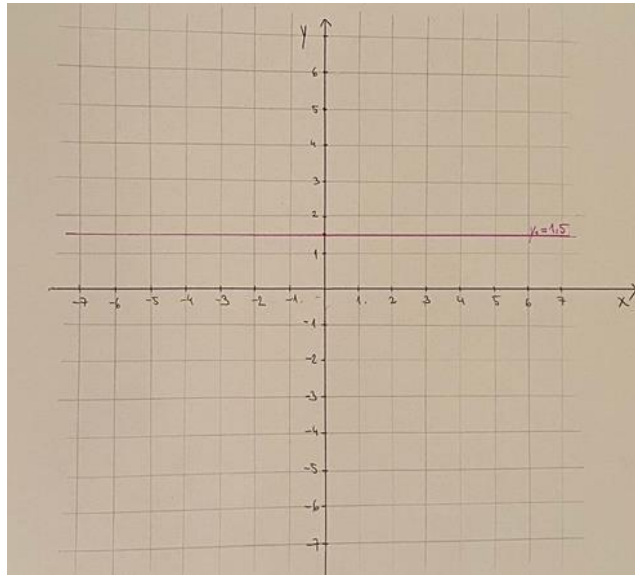
Στην παραπάνω εργασία, παρατηρούμε μεταγραφές για πέντε συναρτήσεις που δεν ξέρουμε ακόμα πώς μοιάζουν. Βλέπουμε, ωστόσο, ότι διαφέρουν σημαντικά ως προς τη μορφή τους.

Ρωτήστε τους μαθητές:

*Οπότε ποια από αυτές θα γνωρίζατε πώς να σχεδιάσετε;*

Εξηγήστε:

Πιθανόν να έχετε ήδη παρατηρήσει ότι η πιο συγκεκριμένη συνάρτηση είναι  $y_1 = 1.5$ . Γνωρίζουμε όλες τις ακριβείς θέσεις στο σύστημα συντεταγμένων όπου βρίσκεται αυτή η συνάρτηση. Έτσι, σχεδιάζουμε το σύστημα συντεταγμένων και τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y_1$ . Θα έχουμε την εξής εικόνα:



Εικόνα 3: Γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y_1 = 1.5x$ , ιδιόκτητη

Ρωτήστε τους μαθητές:

*Πώς σχεδιάζουμε τις άλλες γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων;*

### **Εργασία 2 – Συνθέστε έναν πίνακα και σχεδιάστε μια γραφική παράσταση μεταβλητών**

Εξηγήστε:

Μπορούμε να εξετάσουμε τις τιμές της συνάρτησης για ένα συγκεκριμένο  $x$ .

Ας δούμε τη συνάρτηση  $y_2 = 3x$ . Όταν  $x = 0$ , η συνάρτηση έχει την τιμή:  $y_2 = 3 \cdot 0 = 0$ . Έτσι η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $T(0,0)$ . Για να διευκολύνουμε τον σχεδιασμό ολόκληρης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης, θα σχεδιάσουμε μερικά σημεία που θα καθορίσουν τη γραφική παράσταση. Για καλύτερη διαφάνεια, θα τοποθετήσουμε τις τιμές σε πίνακα:

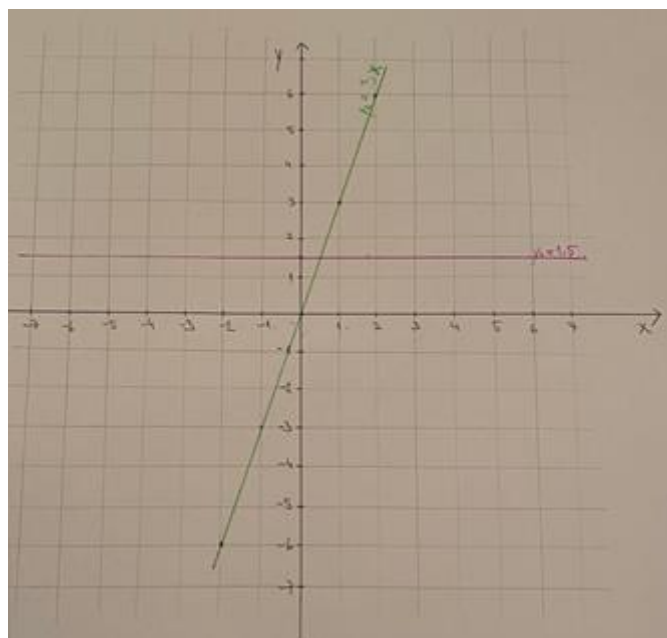
$x$	$y_2 = 3x$
-2	
-1	
0	
1	
2	

Αυτός είναι ένας βασικός πίνακας που θα είναι ο ίδιος για όλες τις συναρτήσεις. Ορίστε μια ανεξάρτητη μεταβλητή  $x$  και υπολογίστε την αξία της  $y$ , που γράφετε στην δεξιά στήλη. Τα διατεταγμένα ζεύγη στις γραμμές  $(x, y)$  είναι οι συντεταγμένες των σημείων που βρίσκονται στη γραφική παράσταση.

$x$	$y_2 = 3x$
-2	-6
-1	-3
0	0
1	3
2	6

Λάβαμε τις συντεταγμένες των σημείων που βρίσκονται στη γραφική παράσταση της συνάρτησης ( $y_2$ ).

Ζητήστε από τους μαθητές να σχεδιάσουν τα σημεία στο σύστημα συντεταγμένων και μια ευθεία κατά μήκος του, χωρίς να σταματήσουν στο πρώτο και στο τελευταίο σημείο. Ποια είναι η γραμμή που προκύπτει;



Εικόνα 4: Γράφημα της συνάρτησης  $y_2 = 3x$ , ιδιόκτητη

Εξηγήστε:

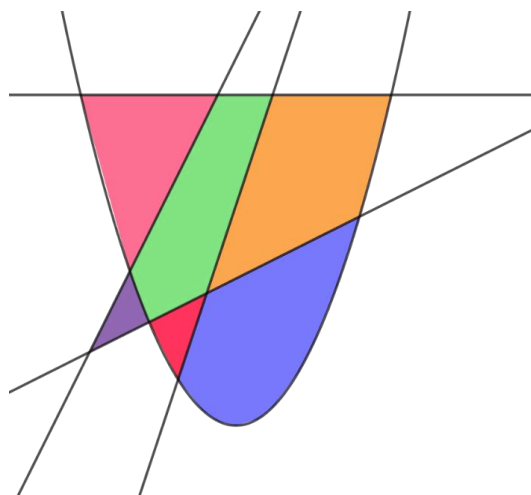
Πιθανώς ανακαλύψατε ότι η γραφική παράσταση που προκύπτει είναι μια ευθεία γραμμή όπως στην πρώτη περίπτωση. Αυτό είναι (με τα χαρακτηριστικά που γνωρίζετε) πολύ συχνό και συνηθισμένο.

Ζητήστε από τους μαθητές τα εξής:

Συμπληρώστε τους πίνακες και σχεδιάστε γραφικές παραστάσεις και για άλλες συναρτήσεις. Για παράδειγμα, αν παρατηρήσετε ότι μια από τις γραφικές παραστάσεις δεν θα είναι ευθεία γραμμή, θα πρέπει να προσθέσετε άλλη μια γραμμή στον πίνακα, ώστε να μπορείτε να προβλέψετε σωστά το σχήμα της γραφικής παράστασης.

Ζωγραφίστε τα σχήματα που παίρνετε μεταξύ των τεμνόμενων τμημάτων των γραφικών παραστάσεων. Αν τα κάνετε όλα σωστά, θα πρέπει να πάρετε μια εικόνα παρόμοια με την παρακάτω (με άλλα χρώματα, φυσικά).





Εικόνα 5: Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων ως τέχνη, ιδιόκτητη φτιαγμένη με το GeoGebra

### **Εργασία 3**

Εξηγήστε:

Για να υπολογίσουμε τις τιμές της συνάρτησης για συγκεκριμένες συντεταγμένες  $x$ , σχεδιάζουμε γραφικές παραστάσεις, χρησιμοποιώντας έναν πίνακα. Ως αποτέλεσμα, λαμβάνουμε τις συντεταγμένες κάποιων σημείων, τα οποία στη συνέχεια συνδέονται με νόημα σε μια γραφική παράσταση. Ζωγραφίζοντας τα ενδιάμεσα διαστήματα, μπορούμε να αποκτήσουμε συναρπαστικά έργα τέχνης.

### Στάδιο 3 – Αξιολόγηση/ Εμπέδωση

#### **Εργασία 1:**

Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των ακόλουθων συναρτήσεων σε ένα σύστημα συντεταγμένων σε χαρτί γραφικής παράστασης. Για κάθε συνάρτηση, φτιάξτε έναν πίνακα τιμών που θα σας βοηθήσει να σχεδιάσετε.

$$y_1 = 2x - 1$$

$$y_2 = x^2 + 1$$

$$y_3 = 3x + 1$$

$$y_4 = 6 - 2x$$

$$y_5 = \frac{4}{x} + 3$$

$$y_6 = \frac{x}{3} - \frac{1}{2}$$

## **Εργασία 2:**

Ασχοληθείτε με τουλάχιστον πέντε συναντήσεις. Στη συνέχεια, γράψτε τις εξισώσεις των συναρτήσεων και σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις τους στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων. Τέλος, συμπληρώστε και χρωματίστε την εικόνα για να έχετε τον πιο όμορφο δυνατό πίνακα. Συμβουλή: Όσο περισσότερες συναρτήσεις χρησιμοποιείτε, τόσο πιο ενδιαφέρον θα είναι το έργο τέχνης!

## **Πηγές**

Εικόνα 1: Γραφική αναπαράσταση μιας κατασκευής του Kārlis Johansons 1921, πηγή: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/38/K%C4%81rlis\\_Johansons\\_1921\\_Graphic\\_Representation\\_of\\_a\\_Construction.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/38/K%C4%81rlis_Johansons_1921_Graphic_Representation_of_a_Construction.jpg), ελεύθερη για εμπορική χρήση

Εικόνα 2: Σύνθεση με μεγάλο κόκκινο επίπεδο, κίτρινο, μαύρο, γκρι και μπλε, (1921), Piet Mondrian, πηγή: <https://study.com/learn/lesson/abstract-vs-representational-art-concepts-differences-examples.html>, ελεύθερη για εμπορική χρήση

Εικόνα 3: Γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y_1 = 1,5x$ , ιδιόκτητη

Εικόνα 4: Γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y_2 = 3x$ , ιδιόκτητη

Εικόνα 5: Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων ως τέχνη, ιδιόκτητη, δημιουργήθηκε με το GeoGebra

## **Ετικέτες**

- Διαδικτυακή δραστηριότητα
- Δραστηριότητα στην τάξη
- Καλλιτεχνική εργασία
- Πίνακες ζωγραφικής