

Φύγαμε για παραλία!

Σύνδεση με τέχνη

Ζωγραφική, σχεδιασμός, επικόλληση

Σύνδεση με αναλυτικό πρόγραμμα

Μετασχηματισμοί/ Μετασχηματισμοί (κατοπτρισμός, μετατόπιση, περιστροφή) και οι ιδιότητές τους

Β' Γυμνασίου, Ενότητα 3: <https://mathm.schools.ac.cy/index.php/el/mathimatika/analytiko-programma>

Εξοπλισμός/ υλικό

- υπολογιστή συνδεδεμένο στο Διαδίκτυο, έναν εκτυπωτή (προαιρετικά)
- ζευγάρι πυξίδες,
- μολύβι ή άλλο στυλό
- χαρτί A4
- χάρακα
- χρωματιστά μολύβια
- μικρό ορθογώνιο καθρέφτη
- ψαλίδι

Διάρκεια: 45 λεπτά

Περιγραφή δραστηριότητας

Οι μαθητές θα μάθουν τα βασικά στοιχεία του μετασχηματισμού (παράλληλη μετατόπιση, περιστροφή και καθρέφτισμα) μέσα από το σχέδιο. Στη συνέχεια, με τις γνώσεις που θα αποκτήσουν, θα σχεδιάσουν σχέδια που αγγίζουν ταυτόχρονα γεωμετρικές ακολουθίες.

Οι μετασχηματισμοί χρησιμοποιούνται για την κατανόηση των βασικών μοτίβων και πιο σύνθετων θεμάτων, όπως ο σχεδιασμός και η κατανόηση των λειτουργικών εξαρτήσεων.

Οι μετασχηματισμοί συναντώνται στην καθημερινή ζωή, όπως η κίνηση του σώματος σε μια ευθεία γραμμή από το σημείο Α στο σημείο Β σύμφωνα με έναν προκαθορισμένο κανόνα. Επιπλέον, η τέχνη εκφράζει μετασχηματισμούς, όπως τα μοτίβα, οι πλακοστρώσεις, τα βιτρό ή τα ψηφιδωτά.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Μαθησιακοί στόχοι

Μετά την ολοκλήρωση της δραστηριότητας, οι μαθητές θα πρέπει να είναι σε θέση να

- αποκτούν γνώσεις σχετικά με τον τρόπο ορισμού των μετασχηματισμών (παράλληλη μετατόπιση (μετατόπιση), κατοπτρισμός και περιστροφή) και τις ιδιότητές τους και
- χρησιμοποιούν τους μετασχηματισμούς για να δημιουργήσουν ένα μοτίβο.

Οδηγίες

Στάδιο 1 - Αφόρμηση

Εξηγήστε στους μαθητές ότι συναντάμε διάφορες κινήσεις στην καθημερινή μας ζωή. Για παράδειγμα, οδηγούμε ένα αυτοκίνητο για να επισκεφτούμε τη θάλασσα ή κάνουμε ποδήλατο για να πάμε ένα ταξίδι.



Συναντάμε επίσης κινήσεις στον λεπτοδείκτη του ρολογιού, ο οποίος επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης κάθε ώρα. Τέτοιες ενέργειες μας δίνουν διαφορετικά μοτίβα.

Εξηγήστε στους μαθητές τη λέξη

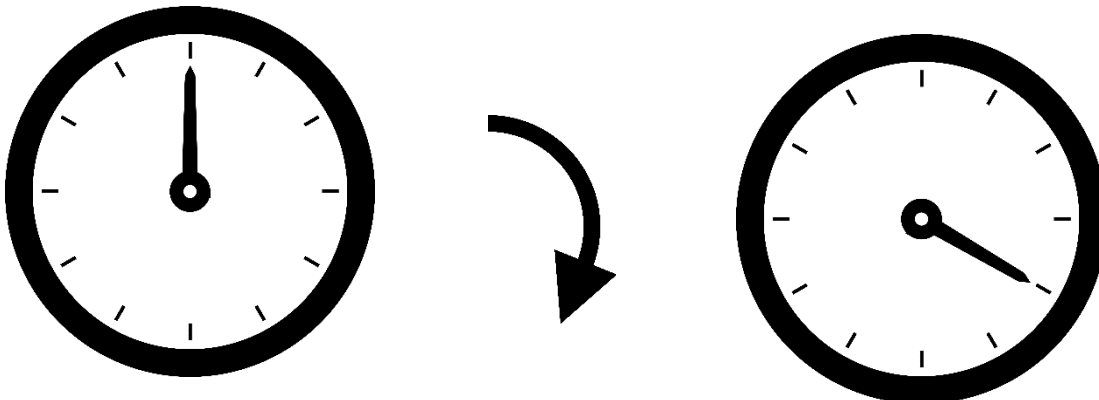
ORNAMENT (ΣΤΟΛΙΔΙ)

Η λέξη ORNAMENT προέρχεται από τη λατινική λέξη ORNARE - στολίζω.

Η διακόσμηση ή το στολίδι δημιουργήθηκε λόγω της ανάγκης να διακοσμηθούν τεχνητά αντικείμενα (πιάτα, υφάσματα, εργαλεία, όπλα, κοσμήματα).

Μπορούμε να βρούμε στολίδια σε πίνακες ζωγραφικής, γλυπτά και αρχιτεκτονική.

Η τυποποίηση είναι απαραίτητη για τα στολίδια - δεν δημιουργούμε όλες τις λεπτομέρειες όταν



σχεδιάζουμε την διακόσμηση. Απλοποιούμε και επαναλαμβάνουμε σχήματα.





Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Εικόνα 1: Raja Ravi Varma - C. Cunniah & co. Glass Merchants 248-249 Devaraja Mudaly Street Madras. (Ravi Varma Press, Karla Lonavla), Κοινό κτήμα

Μπορούμε να επαναλάβουμε το στολίδι:

- σε μια σειρά, όπως σε μια ζώνη, την οποία ονομάζουμε **ζωφόρο**
- σε κύκλο - **ροζέτα**
- στην επιφάνεια όπου απλώνεται προς όλες τις κατευθύνσεις - **ταπετσαρία**

Η επανάληψη ή ο ρυθμός ενός μοτίβου μπορεί να είναι ομοιόμορφος ή ελεύθερος και ποικίλος.



Εικόνα 2: Επανάληψη 1, Φωτογραφία: Barbara Klanšek, προσωπικό άλμπουμ, ελεύθερο για εμπορική χρήση





Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Εικόνα 3: Επανάληψη 2, Barbara Klanžek, προσωπικό άλμπουμ, ελεύθερο για εμπορική χρήση

Ανάλογα με το τι μοτίβο απεικονίζεται στο στολίδι, διακρίνουμε:

- ανθρώπινα χαρακτηριστικά (απεικόνιση εικόνων ολόκληρου του προσώπου ή μεμονωμένων τμημάτων του σώματος)
- φυτά (απεικόνιση εικόνων από τον κόσμο των φυτών- ολόκληρο το φυτό ή μόνο ένα μέρος του φυτού)
- ζώα (απεικόνιση εικόνων από τον ζωικό κόσμο- ολόκληρο το ζώο ή μόνο ένα μέρος του ζώου)
- γεωμετρικό διάκοσμο (αποτελείται από γεωμετρικά σχήματα, γραμμές, τελείες)
- σύνθετο στολίδι (που περιέχει δύο ή περισσότερα από τα ανωτέρω μοτίβα)

Εξηγήστε στους μαθητές τη λέξη:

MEANDER (μαϊάνδρος)

Ο μαϊάνδρος είναι ένα διακοσμητικό περίγραμμα που αποτελείται από μια συνεχή γραμμή. Σχεδιάζεται σε ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο. Η μορφή αυτή ονομάζεται επίσης ελληνικό μπλέξιμο ή κλειδί.

Οι μαϊάνδροι εμφανίζονται συχνά ως διακοσμητικά στοιχεία της ελληνικής και της ρωμαϊκής τέχνης. Στην αρχαία Ελλάδα, εμφανίστηκαν σε πολλές αρχιτεκτονικές ζωφόρους ή ζώνες σε κεραμικά, ιδίως από τη γεωμετρική περίοδο και μετά. Οι μαϊάνδροι αποτελούσαν σημαντικά σύμβολα στην αρχαία Ελλάδα. Συμβόλιζαν το άπειρο και την ενότητα. Επιπλέον, πολλοί αρχαίοι ελληνικοί ναοί διέθεταν το σήμα του μαϊάνδρου. Οι δίπτυλοι αμφορείς, ιδίως από τη γεωμετρική περίοδο, ήταν ίσως ο κύριος λόγος για την ευρεία χρήση των μαϊάνδρων.

Πρόβλημα στην καθημερινή ζωή:

Παρουσιάστε στους μαθητές το ακόλουθο σενάριο:

Θέλω να διακοσμήσω τον τοίχο του δωματίου με τη βοήθεια ενός σχεδίου. Πριν σχεδιάσετε το μοτίβο με πινέλο, σχεδιάστε βοηθητικές γραμμές με μολύβι. Αργότερα, θα σχεδιάσετε τις ίδιες γραμμές με χρώμα. Δυστυχώς, έχετε στη διάθεσή σας μόνο ένα σπάγκο, μια καρφίτσα, ένα μολύβι και μια επίπεδη ράβδο. Τι επαναλαμβανόμενο μοτίβο θα μπορούσατε να σχεδιάσετε;

Εμπέδωση υπάρχουσας γνώσης

Μοτίβο:





Εξηγήστε στους μαθητές:






Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union










Τα μοτίβα αποτελούνται από επαναλαμβανόμενα σύνολα. Όπως  αποτελείται από μια σειρά  ή  αποτελείται από μια σειρά .

Τα συναρμολογημένα σύνολα μαζί αποτελούν το δομικό στοιχείο του μοτίβου

. Ένα δομικό στοιχείο (pattern block) μπορεί επίσης να αποτελείται από ένα μόνο σύνολο.

Το μοτίβο αποτελείται από επαναλαμβανόμενα δομικά στοιχεία (μοτίβα).



Γνωρίζουμε διάφορα μοτίβα που μπορούν να είναι γεωμετρικά        ή μαθηματικά 11221122 ή γραμμένο με σύμβολα AABBAABB.

Προσπαθήστε να σχεδιάσετε το γεωμετρικό σας μοτίβο.





Στάδιο 2 – Διερεύνηση

Εργασία 1:

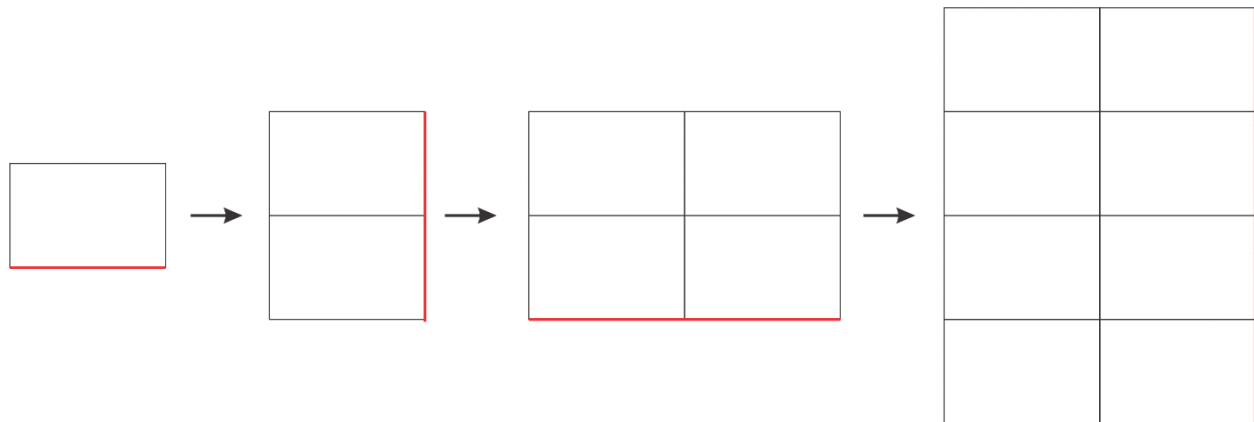
Εξηγήστε στους μαθητές:

Όταν φτιάχνουμε γεωμετρικά μοτίβα, χρησιμοποιούμε διάφορες μορφές τοποθέτησης μοτίβων ή συνόλων σε ένα μοτίβο, τα οποία τοποθετούμε σύμφωνα με έναν προκαθορισμένο κανόνα. Για παράδειγμα, μετακινούμε κάθε επόμενο μπλοκ μοτίβου προς τα δεξιά, ώστε τα μπλοκ να ακουμπούν μεταξύ τους. Αυτό το ονομάζουμε παράλληλη μετατόπιση.



Αν μετακινήσουμε το μπλοκ μοτίβου σε μια ευθεία γραμμή κατά ένα ορισμένο μήκος, αυτό το ονομάζουμε παράλληλη μετατόπιση (μετατόπιση).

Το μοτίβο μπορεί επίσης να προκύψει με καθρέφτισμα (αντανάκλαση). Στην περίπτωση αυτή,



θέτουμε τον κανόνα ότι κάθε επόμενο βήμα στην παραγωγή του μοτίβου αντανακλά κατά μήκος της μεγαλύτερης πλευράς του σχήματος του νέου μοτίβου που λαμβάνεται (κόκκινη πλευρά). Τέτοια μοτίβα μπορούν να οδηγήσουν σε γεωμετρικές ακολουθίες.

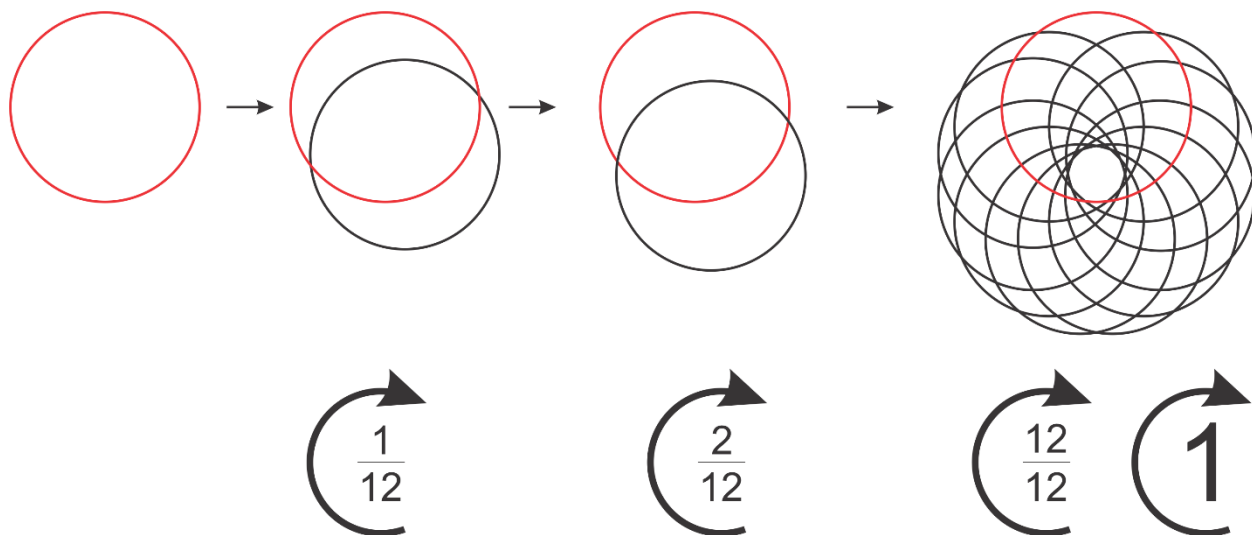
Περιστρέφουμε τα μπλοκ του μοτίβου γύρω από το επιλεγμένο σημείο, για να δημιουργήσουμε ένα ακόμη πιο ενδιαφέρον μοτίβο. Όταν αυτή η μετατόπιση είναι σε ένα επακριβώς καθορισμένο ποσοστό της συνολικής περιστροφής, την ονομάζουμε περιστροφή. Στην περίπτωσή μας, υπάρχουν 12 περιστροφές, οπότε το σχήμα περιστρέφεται κατά το $1/12$ της πλήρους περιστροφής σε κάθε βήμα. Σημειώστε το μέγεθος της στροφής με ένα κλάσμα και την κατεύθυνση με ένα βέλος. Η τελευταία εικόνα δείχνει και τις 12 περιστροφές.



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Τέτοιες μετατοπίσεις, παράλληλες μετατοπίσεις, κατοπτρισμός (αντανάκλαση) και περιστροφή, ανήκουν στους μετασχηματισμούς.



Εργασία 2:

Μετασχηματισμοί

Εξηγήστε στους μαθητές:

Μετασχηματισμός είναι η αντανάκλαση του σημείου A στο σημείο A' σύμφωνα με έναν επακριβώς καθορισμένο κανόνα. Για παράδειγμα, γράφουμε έναν τέτοιο μετασχηματισμό ως εξής

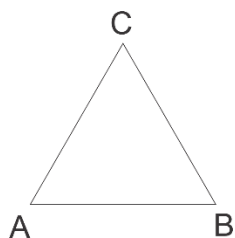
$$A \rightarrow A' \quad \text{ή} \quad A' = f(A).$$

Εργασία 3:

Παράλληλη μετατόπιση (μετατόπιση)

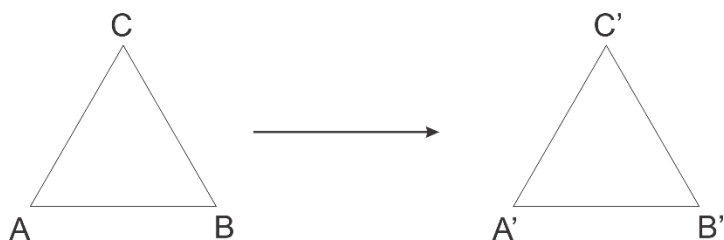
Εξηγήστε στους μαθητές:

Αρχικά, σχεδιάστε ένα οποιοδήποτε ισόπλευρο τρίγωνο και σημειώστε το για να γίνει ευκολότερη η κατανόηση των μετασχηματισμών.





Αν θέλουμε να μετακινήσουμε το τρίγωνο παράλληλα (παράλληλη μετατόπιση), πρέπει να μετακινήσουμε κάθε γωνία του τριγώνου σύμφωνα με τον ίδιο κανόνα. Ο κανόνας μας είναι να μετακινήσουμε κάθε γωνία 5 cm προς τα δεξιά. Σχεδιάστε το αντίγραφο των κορυφών, μετακινώντας κάθε κορυφή 5 cm προς τα δεξιά παράλληλα ($A \rightarrow A'$, $B \rightarrow B'$ στο $C \rightarrow C'$). Στη συνέχεια, συνδέστε τις κορυφές.



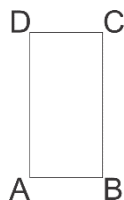
Μετρήστε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου βάσης και του τριγώνου μετατόπισης. Τι παρατηρείτε; Κόψτε το γεωμετρικό σχήμα βάσης και τοποθετήστε το πάνω στο γεωμετρικό σχήμα μετατόπισης. Διαπιστώνουμε ότι το βασικό (αρχικό) σχήμα και η εικόνα του είναι συνεπή.

Εργασία 4:

Κατοπτρισμός (αντανάκλαση)

Εξηγήστε στους μαθητές:

Στο ακόλουθο παράδειγμα, σχεδιάστε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο διαστάσεων 2 cm και 4 cm και σημειώστε το.



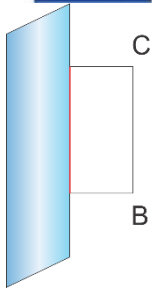
Χρωματίστε τη γραμμή AD (τη μακρύτερη πλευρά στην αριστερή πλευρά του ορθογώνιου) κόκκινη.



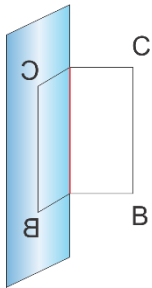
Τοποθετήστε έναν καθρέφτη στη μεγαλύτερη ευθεία AD (με κόκκινο χρώμα) κάθετα στο ορθογώνιο. Κοιτάξτε την αντανάκλαση στον καθρέφτη. Τι παρατηρείτε;



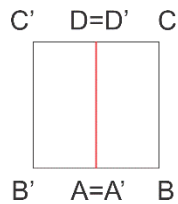
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Στον καθρέφτη, βρίσκουμε το είδωλο ενός ορθογωνίου.

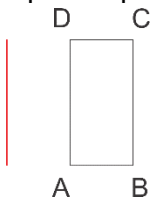


Αφαιρέστε τον καθρέφτη και ζωγραφίστε αυτό που παρατηρήσατε. Αυτό το κάνετε σχεδιάζοντας τις κορυφές στην άλλη (αριστερή) πλευρά της κόκκινης γραμμής στην ίδια απόσταση με τη δεξιά πλευρά. Αυτό το ονομάζουμε καθρέφτισμα (αντανάκλαση) κατά μήκος μιας γραμμής. Τι συμβαίνει στις κορυφές B και Γ; Τι συμβαίνει στις κορυφές A και B;

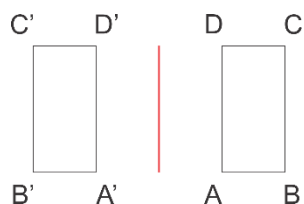


Τα σημεία B και Γ καθρεφτίζονται στα B' και Γ'. Τα σημεία A και Δ, τα οποία βρίσκονται στην πλευρά που καθρεφτίσαμε, αντανακλώνται στον εαυτό τους. Αυτό σημαίνει $A = A'$, $B \rightarrow B'$, $C \rightarrow C'$ και $D = D'$.

Σχεδιάστε τώρα ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο διαστάσεων 2 cm και 4 cm και σημειώστε το. Στη συνέχεια, σχεδιάστε μια κόκκινη γραμμή σε απόσταση δύο εκατοστών παράλληλα με την πλευρά AD.



Γυρίστε τις κορυφές πάνω από την κόκκινη γραμμή. Βεβαιωθείτε ότι διατηρείτε πάντα την απόσταση της βασικής κορυφής από τη γραμμή. Θυμηθείτε να διατηρείτε την απόσταση από τη γραμμή προς την εικόνα των κορυφών κατά την αντανάκλαση (mirroring). Σημειώστε τις κορυφές στο τέλος.

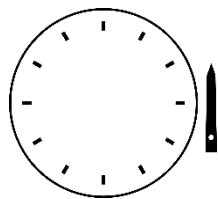


Κόψτε το πρωτότυπο και καλύψτε με αυτό την εικόνα που προκύπτει. Διαπιστώνουμε ότι η εικόνα που προκύπτει είναι κατοπτρική και σύμφωνη με το πρωτότυπο. Σε αυτή την περίπτωση, $A \rightarrow A$, $B \rightarrow B'$, $C \rightarrow C'$ και $D \rightarrow D'$.

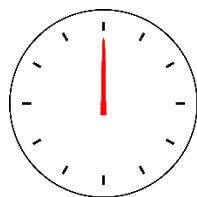
Εργασία 5: **Στρόβιλος**

Εξηγήστε στους μαθητές:

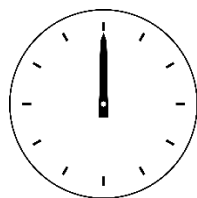
Για να κατανοήσετε τον στρόβιλο, κόψτε κόψτε το πρόσωπο του ρολογιού και τον δείκτη, το οποίο βρίσκεται ως ξεχωριστό αρχείο κάτω από τη δραστηριότητα. Αντί να τα εκτυπώσετε, μπορείτε επίσης να σχεδιάσετε και να κόψετε.



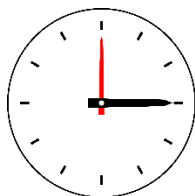
Σχεδιάστε έναν δείκτη με κατεύθυνση προς το 12 (προς τα πάνω).



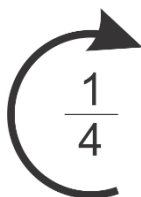
Τοποθετήστε τον δείκτη που κόψατε, έτσι ώστε να επικαλύπτει τον δείκτη που σχεδιάσατε.



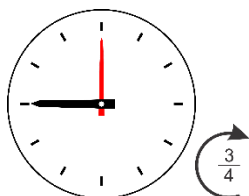
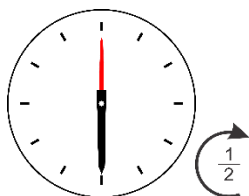
Τώρα γυρίστε τον δείκτη ένα τέταρτο της στροφής. Ο δείκτης θα δείχνει το 3.



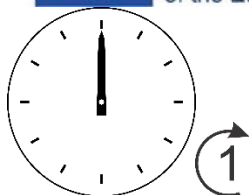
Με αυτό, κάνατε την πρώτη στροφή. Την κάνατε για ένα συγκεκριμένο μέρος μιας πλήρους στροφής, ακριβώς το $\frac{1}{4}$ μιας πλήρους στροφής. Επειδή την κάνατε προς τα δεξιά, σημειώστε το με ένα βέλος γύρω από το κλάσμα.



Έτσι, το κλάσμα μας λέει ότι κάναμε μια στροφή $\frac{1}{4}$ προς τη σωστή κατεύθυνση - ένα τέταρτο της στροφής προς τα δεξιά. Τώρα, με τον δείκτη που κόψατε, κάντε μια στροφή για $\frac{1}{2}$ (μισή στροφή) και $\frac{3}{4}$ (τρία τέταρτα) μιας πλήρους στροφής. Και οι δύο στροφές είναι προς τα δεξιά.



Τέλος, περιστρέψτε τον δείκτη προς τα δεξιά στο σημείο εκκίνησης. Έτσι κάναμε μια πλήρη στροφή την οποία συμβολίζουμε με τον αριθμό 1.



Εργασία 6:

Περίληψη

Εξηγήστε στους μαθητές:

Ο μετασχηματισμός είναι ένας μετασχηματισμός του σημείου A σε σημείο A' σύμφωνα με έναν επακριβώς καθορισμένο κανόνα. Ο γραπτός τύπος είναι $A \rightarrow A'$ ή $A' = f(A)$. Ο μετασχηματισμός εκφράζεται με γεωμετρία και τύπους ακολουθιών, καθώς και με λειτουργικές εξαρτήσεις. Στην περίπτωση των μετασχηματισμών στη γεωμετρία, μιλάμε για παράλληλη μετατόπιση (μετατόπιση), για περιστροφές ή στροβιλισμούς (στροφές) και για καθρέφτισμα (ανάκλαση).

- Μια παράλληλη μετατόπιση (μετατόπιση) - αντανάκλαση στην εικόνα με μετακίνηση της αρχικής παράλληλης στην επιλεγμένη κατεύθυνση κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής για ένα δεδομένο μήκος.
- Κατοπτρισμός - καθρεφτίζουμε το επιλεγμένο γεωμετρικό σχήμα κατά μήκος της γραμμής έτσι ώστε η εικόνα να είναι σύμφωνη με την αρχική και ο προσανατολισμός της να αντιστρέφεται.
- Περιστροφή - το πρωτότυπο περιστρέφεται γύρω από το επιλεγμένο σημείο για ένα συγκεκριμένο τμήμα μιας πλήρους στροφής.

Στάδιο 3 –Αξιολόγηση/ Εμπέδωση

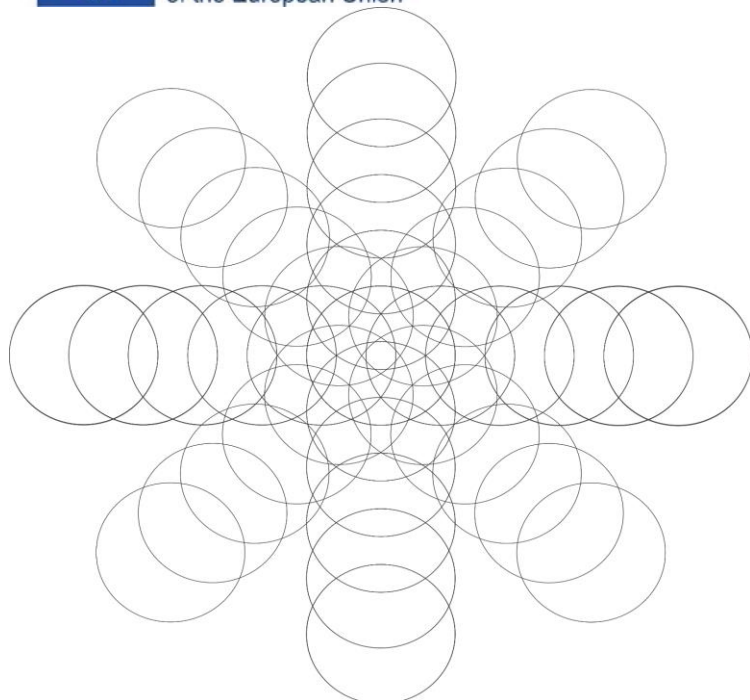
Για να ελέγξετε την κατανόηση των μαθητών, ζητήστε τους να λύσουν την εργασία με βάση μια τυπική περίπτωση:

Πριν σχεδιάσετε το σχέδιο με πινέλο, σχεδιάστε βοηθητικές γραμμές με μολύβι. Αργότερα, θα σχεδιάσετε τις ίδιες γραμμές με μπογιά. Δυστυχώς, έχετε στη διάθεσή σας μόνο ένα σπάγκο, μια καρφίτσα, ένα μολύβι και ένα πλατύ ραβδί. Τι επαναλαμβανόμενο μοτίβο θα μπορούσατε να σχεδιάσετε; Σχεδιάστε το σε χαρτί ή στην άμμο στο αμμόλοφο.

Χρησιμοποιήστε το σπάγκο για ένα ζευγάρι πιξίδες. Αυτό το κάνετε στερεώνοντας ένα καρφί από τη μία πλευρά και ένα μολύβι από την άλλη. Με τη βοήθεια ενός ραβδιού, μπορείτε να μετράτε ακριβή (ίσα) βήματα όταν σχεδιάζετε. Μπορείτε να δείτε ένα παράδειγμα διακόσμησης παρακάτω. Τέτοια γεωμετρικά σύμβολα υπάρχουν στην τέχνη τα τελευταία 4000 χρόνια, μεταξύ άλλων στα ρωμαϊκά ψηφιδωτά:



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Επιπλέον υλικό για να κατεβάσετε

Μπορείτε να βρείτε το φύλλο εργασίας με το ρολόι ως ξεχωριστό αρχείο κάτω από τη δραστηριότητα.

Πηγές

Τα διανυσματικά σκίτσα είναι ελεύθερα για εμπορική χρήση.

Εικόνα 1: Raja Ravi Varma - C. Cunniah & co. Glass Merchants 248-249 Devaraja Mudaly Street Madras.(Ravi Varma Press, Karla Lonavla), Public domain 4

Εικόνα 2: Επανάληψη 1, Φωτογραφία: Barbara Klanšek, προσωπικό άλμπουμ, ελεύθερο για εμπορική χρήση 4

Εικόνα 3: Επανάληψη 2, Barbara Klanšek, προσωπικό άλμπουμ, ελεύθερη για εμπορική χρήση

Ετικέτες

- Δραστηριότητα στην τάξη
- Διερευνητική μάθηση
- Πειραματική μάθηση
- Παιχνιδοποιημένη μάθηση
- Προσομοίωση
- Ομαδική εργασία

